BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN
ĐỀ SỐ 01

BỘ ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ 2
Môn: **Toán 12**
Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: [HTN]Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left(3x+1\right)^2$ là

A. $\frac{(3x+1)^3}{3}+C.$ **B.** $\frac{1}{9}.\left(3x+1\right)^3$ **C.** $(3x+1)^3+C.$ **D.** $9\cdot(3x+1)^3+C.$

Câu 2: [HTN]Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $(C): y=\sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x=0, x=\pi$. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{2}$. **C.** π. **D.** π^2.

Câu 3: [HTN]Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A\left(1;2;-1\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;3;2\right)$ là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 4: [HTN]Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ là

A. $x-y+z+1=0$. **B.** $x-y+z+2=0$. **C.** $x-y+z-1=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Câu 5: [HTN]Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm $f\left(x\right)=\frac{1}{2x+1}$; biết $F\left(0\right)=2$. Tính $F\left(1\right)$.

A. $F\left(1\right)=\frac{1}{2}ln3-2$. **B.** $F\left(1\right)=ln3+2$. **C.** $F\left(1\right)=2ln3-2$. **D.** $F\left(1\right)=\frac{1}{2}ln3+2$.

Câu 6: [HTN]Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=2\bar{i}+3\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là.

A. $\left(2;3;1\right)$. **B.** $\left(2;3;-1\right)$. **C.** $\left(2;-1;3\right)$. **D.** $\left(2;-1;-3\right)$.

Câu 7: [HTN]Viết phương trình của mặt phẳng đi qua 3 điểm $A\left(0;0;4\right)$, $B\left(2;0;0\right)$, $C\left(0;-1;0\right)$.

A. $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-1}=1$. **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-1}=0$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{4}=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{4}=1$.

Câu 8: [HTN]Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{2x-1}$.

A. $\int f\left(x\right)dx=\frac{2}{3}\left(2x-1\right)\sqrt{2x-1}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=\frac{1}{3}\left(2x-1\right)\sqrt{2x-1}+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=-\frac{1}{3}\sqrt{2x-1}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=\frac{1}{2}\sqrt{2x-1}+C$.

Câu 9: [HTN]Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2+\frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2}{x}+C$.

Câu 10: [HTN]Một ô tô đang chạy với vận tốc là $12\ (m/s)$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-6t+12\ (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. $8m$. **B.** $12m$. **C.** $15m$. **D.** $10m$.

Câu 11: [HTN]Cho $\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int\limits_{-2}^{4} f(t)\mathrm{d}t=-4$. Tính $\int\limits_{2}^{4} f(y)\mathrm{d}y$.

A. $I=5$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=3$. **D.** $I=-5$.

Câu 12: [HTN]Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;4)$ và tiếp xúc với trục Ox.

A. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=25.$. **B.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=25.$.

C. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=4.$. **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=4.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: [HTN]Cho hàm số $y=f(x)=-x^3+12x$ và $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$.

a) $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{4}x^4+6x^2+C$, với C là hằng số cố định.

b) $F(2)=22$.

c)Nếu $\int\limits_{2}^{4} k.f'(x)dx=5$ thì $k\in\left(-\dfrac{3}{16};\dfrac{1}{4}\right)$.

d)Diện tích hình phẳng $(\mathcal{H})$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$ bằng 23.

Lời giải tham khảo

a)Ta có $\int(-x^3+12x)dx=-\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{12x^2}{2}+C=-\dfrac{1}{4}x^4+6x^2+C$. Trong đó C là hằng số tùy ý (không cố định), suy ra phát biểu **a sai.**

b)Ta có $F(x)=-\dfrac{1}{4}x^4+6x^2+C$. Vì $F(0)=2\Rightarrow C=2$. Suy ra $F(x)=-\dfrac{1}{4}x^4+6x^2+2$.

Ta có $F(2)=-\dfrac{1}{4}(2^4)+6(2^2)+2=-4+24+2=22$, phát biểu **b đúng.**

c)Ta có $\int\limits_{2}^{4} k\cdot f'(x)dx=k\cdot[f(4)-f(2)]=5$.

Mà $f(4)=-(4^3)+12(4)=-16$ và $f(2)=-(2^3)+12(2)=16$.

Suy ra $k\cdot(-16-16)=5\Leftrightarrow -32k=5\Leftrightarrow k=-\dfrac{5}{32}$.

Ta thấy $-\frac{5}{32} \approx -0,156$ và $-\frac{3}{16} = -0,1875$. Suy ra $k \in \left(-\frac{3}{16};\frac{1}{4}\right)$, phát biểu **c đúng.**

d)Ta có trên đoạn $[0;1]$, hàm số $f\left(x\right) = -x^3 + 12x \geq 0$.

Diện tích $S = \int_0^1 |f\left(x\right)|\,dx = \int_0^1 \left(-x^3 + 12x\right)dx = \left[-\frac{1}{4}x^4 + 6x^2\right]_0^1 = -\frac{1}{4} + 6 = 5,75$.

Suy ra diện tích bằng $5,75 \neq 23$, phát biểu **d sai.**

Câu 2: [HTN]Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;1;3\right)$, $B\left(2;-1;1\right)$ và $C\left(5;3;1\right)$. Gọi $\left(S\right)$ là mặt cầu có tâm là điểm B và đi qua điểm A.

a)Phương trình của mặt cầu $\left(S\right)$ là $\left(x-2\right)^2 + \left(y+1\right)^2 + \left(z-1\right)^2 = 9$.

b)Đường thẳng d đi qua A và B có phương trình chính tắc là $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$.

c)Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua điểm B và cách điểm C một khoảng lớn nhất có phương trình là $x + by + cz + d = 0$. Khi đó $3b + 3c + 3d = 2$.

d)Một đường thẳng Δ thay đổi đi qua C và luôn cắt mặt cầu $\left(S\right)$ tại hai điểm phân biệt M và N. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $L = 4CM + CN$ là 16.

Lời giải tham khảo

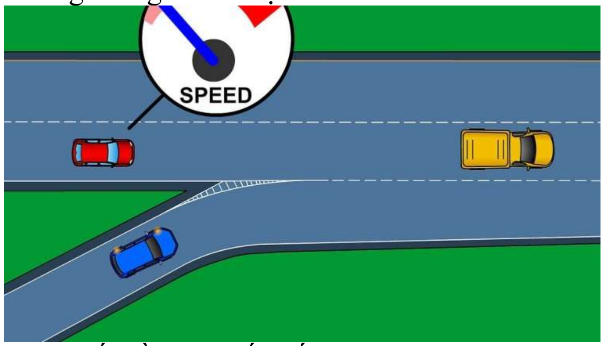
a)Ta có bán kính mặt cầu $R = BA = \sqrt{\left(2-1\right)^2 + \left(-1-1\right)^2 + \left(1-3\right)^2} = \sqrt{1^2 + \left(-2\right)^2 + \left(-2\right)^2} = 3$. Suy ra phương trình mặt cầu tâm $B\left(2;-1;1\right)$ là $\left(x-2\right)^2 + \left(y+1\right)^2 + \left(z-1\right)^2 = 9$, phát biểu **a đúng.**

b)Ta có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{BA} = \left(-1;2;2\right)$. Đường thẳng d đi qua $A\left(1;1;3\right)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{2}$. Suy ra phát biểu **b sai.**

c)Ta có mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ qua B cách C lớn nhất khi $\left(\alpha\right)$ vuông góc với BC tại B. Vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha} = \overrightarrow{BC} = \left(3;4;0\right)$. Phương trình $\left(\alpha\right)$ là $3\left(x-2\right) + 4\left(y+1\right) + 0\left(z-1\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 2 = 0 \Leftrightarrow x + \frac{4}{3}y - \frac{2}{3} = 0$. Suy ra $b = \frac{4}{3}, c = 0, d = -\frac{2}{3}$. Khi đó $3b + 3c + 3d = 3\left(\frac{4}{3}\right) + 3\left(0\right) + 3\left(-\frac{2}{3}\right) = 4 - 2 = 2$, phát biểu **c đúng.**

d)Ta có $BC = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = 5 > R$, điểm C nằm ngoài mặt cầu. Gọi Δ cắt $\left(S\right)$ tại M, N, ta luôn có $CM \cdot CN = |L_{C/(S)}| = BC^2 - R^2 = 5^2 - 3^2 = 16$. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM: $L = 4CM + CN \geq 2\sqrt{4CM \cdot CN} = 2\sqrt{4 \cdot 16} = 16$. Dấu "=" xảy ra khi $4CM = CN$, kết hợp $CM \cdot CN = 16$ tìm được $CM = 2, CN = 8$. phát biểu **d đúng.**

Câu 3: [HTN]Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tố**C.** Khi ô tô cách điểm nhập làn $200\,\text{m}$ thì tốc độ của ô tô là 36 (km/h). Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v\left(t\right) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tố**C.** Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Sau 24 giây đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong thời gian còn lại trên cao tốc.



a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $180\,\text{m}$.
b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là $72\,(\text{km/h})$.
c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn $200\,\text{m}$ là $620\,\text{m}$.
d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5 giây thì phát hiện chướng ngoại vật cách đó $300\,\text{m}$. Người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a\left(t\right)=-3$ (m/s^2). Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngoại vật $10\,\text{m}$.

Lời giải tham khảo

a) Đúng: Đổi $36\,(\text{km/h})=10\,(\text{m/s})$.
Vận tốc lúc đầu ô tô là $10\,(\text{m/s})$ nên trong 2 giây ô tô đi được quãng đường $2.10=20\,\text{m}$
Quãng đường ô tô đi được từ khi tăng tốc đến khi nhập làn là $200-20=180\,\text{m}$
Do đó quãng đường ô tô đi được trong 12 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 180m
b) Đúng: Do ô tô nhập lần sau 12 giây nên ta có:

$$\int\limits_0^{12} v\left(t\right)dt=180\Leftrightarrow\int\limits_0^{12}\left(at+b\right)dt=180\Leftrightarrow\left.\left(\frac{1}{2}at^2+bt\right)\right|_0^{12}=180\Leftrightarrow 72a+12b=180$$

Mặt khác: $V\left(0\right)=10$ nên $b=10$ suy ra $a=\frac{5}{6}$ nên vận tốc là $v=\frac{5}{6}t+10$

Do đó $v\left(12\right)=20\,(\text{m/s})$ hay $72\,(\text{km/h})$

c) Đúng: Quãng đường ôtô đi được sau 24 giây tăng tốc là $S=\left(\frac{5}{6}t+10\right)dt=480\,\text{m}$

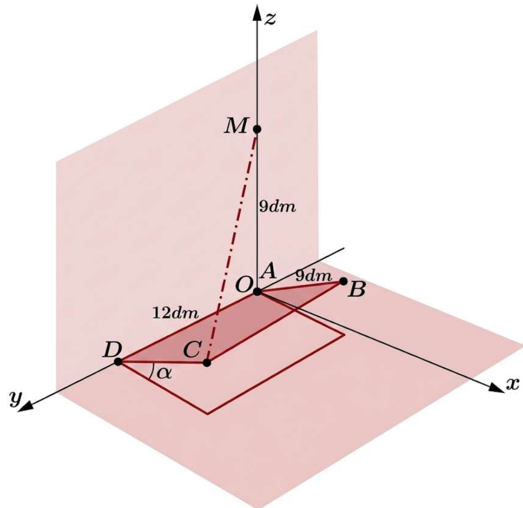
Vận tốc tại thời điểm 24 giây từ lúc tăng tốc là $v\left(24\right)=\frac{5}{6}.24+10=30\,(\text{m/s})$

Quãng đường 4 giây kể từ lúc vận tốc đạt lớn nhất là $30.4=120\,\text{m}$
Vậy tổng quãng đường đi được sau 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn $200\,\text{m}$ là
$20+480+120=620\,\text{m}$
d) Sai: Vận tốc tốc tại thời điểm vượt chướng ngại vật là $30\,(\text{m/s})$
Vận tốc từ khi bắt đầu phanh là $v=\int adt=\int -3dt=-3t+C$
Vì vận tốc khi phanh là $30\,(\text{m/s})$ nên $C=30$ do đó vận tốc là $v=-3t+30$
Khi xe dừng thì vận tốc bằng 0 nên ta có $-3t+30=0\Leftrightarrow t=10$ (giây)

Quãng đường đi được đến khi xe dừng là $S=\int\limits_0^{10}\left(-3t+30\right)dt=150\,\text{m}$

Vậy ôtô cách chướng ngại vật $300-150=150\,\text{m}$.

Câu 4: [HTN] Một nắp bể nước hình chữ nhật $ABCD$ nằm cạnh bờ tường có kích thước $9\text{dm}\times 12\text{dm}$ được kéo ra từ mặt sàn. Do tác dụng của trọng lực nên nắp bể không thể mở ra được nếu không có người giữ. Người ta dùng một sợi dây xích dài 15 dm và kéo căng nối đỉnh C của hình chữ nhật với điểm M nằm phía trên bờ tường sao cho $AM=9\text{dm}$ và AM vuông góc với mặt sàn. Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó nắp bể mở ra và tạo với mặt sàn một góc α (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng dm). Bỏ qua độ dày của nắp bể.



a)Điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình $z = 0$.

b)Tọa độ điểm C là $C\left(9\sin\alpha;12;9\cos\alpha\right)$.

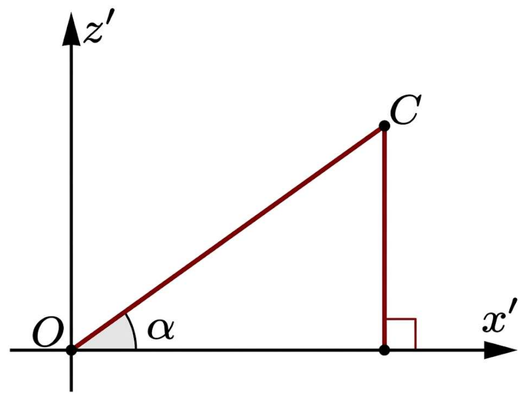
c)Góc giữa nắp bề và mặt sàn sau khi kéo lên là $\alpha = 60°$.

d)Phương trình mặt phẳng chứa nắp bể nước sau khi kéo bởi dây xích là $x - \sqrt{3}z = 0$.

Lời giải tham khảo

a)Sai: Phương trình $z = 0$ thuộc mặt phẳng Oxy nhưng trong bài toán điểm M lại thuộc hai mặt phẳng là yOz và xOz.

b)Sai: Chọn trục tọa độ như hình vẽ dưới đây:



Khi đó: $x = 9\cos\alpha$ và $z = 9\sin\alpha$ nên tọa độ $C\left(9\cos\alpha;12;9\sin\alpha\right)$

c)Sai: Điểm $M\left(0;0;9\right)$ nên $\overrightarrow{MC} = \left(9\cos\alpha;12;9\sin\alpha - 9\right)$

Khi đó $\left|\overrightarrow{MC}\right| = \sqrt{\left(9\cos\alpha\right)^2 + 12^2 + \left(9\sin\alpha - 9\right)^2} = 15 \Leftrightarrow \left(9\cos\alpha\right)^2 + 12^2 + \left(9\sin\alpha - 9\right)^2 = 225$

$\Leftrightarrow 81\cos^2\alpha - 81 + 81\left(\sin\alpha - 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 - 1 + \left(\sin\alpha - 1\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow -\sin^2\alpha + \left(\sin\alpha - 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\sin\alpha - 1\right)^2 = \sin^2\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\alpha - 1 = \sin\alpha\ \left(loai\right)\\ \sin\alpha - 1 = -\sin\alpha\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 2\sin\alpha = 1 \Leftrightarrow \sin\alpha = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{6} = 30^\circ$

d)Đúng: Tọa độ điểm $C\left(\dfrac{9\sqrt{3}}{2};12;\dfrac{9}{2}\right); D(0;12;0); O(0;0;0)$

Khi đó: $\overrightarrow{OD} = (0;12;0)$; $\overrightarrow{DC} = \left(\dfrac{9\sqrt{3}}{2};0;\dfrac{9}{2}\right)$ nên $\left[\overrightarrow{OD};\overrightarrow{DC}\right] = \left(54;0;-54\sqrt{3}\right) = 54\left(1;0;-\sqrt{3}\right)$

Phương trình mặt phẳng chứa nắp bể nước sau khi kéo bởi dây xích là $x - \sqrt{3}z = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: [HTN]Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ *(đơn vị trên mỗi trục tính theo km)* vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở ở vị trí $A(3;-2;3)$ sẽ hạ cánh tới vị trí $B(8;8;0)$. Góc giữa đường bay *(một phần của đường thẳng AB)* và sân bay *(một phần của mặt phẳng (Oxy))* bằng bao nhiêu độ *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).*

Lời giải tham khảo

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (5;10;-3)$.

Mặt phẳng sân bay (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0;0;1)$.

Gọi α là góc giữa đường bay AB và mặt phẳng sân bay (Oxy), ta có:

$$\sin\alpha = \frac{|\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\vec{n}|} = \frac{|5\cdot 0 + 10\cdot 0 + (-3)\cdot 1|}{\sqrt{5^2+10^2+(-3)^2}\cdot\sqrt{0^2+0^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{134}}$$

Suy ra $\alpha \approx 15^\circ$.

Câu 2: [HTN]Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 1 mét, cho hai điểm $A(4;-2;1)$ và $B(-4;4;9)$. Một vật thể chuyển động thẳng đều từ A đến gặp mặt phẳng (Oyz) tại điểm M, sau đó chuyển động tiếp từ M đến B. Biết vận tốc trên đoạn AM là $v_1 = 3$ (m/s), vận tốc trên đoạn MB là $v_2 = 6$ (m/s). Tìm thời gian ngắn nhất (đơn vị là giây) để vật thể hoàn thành hành trình? *(làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).*

Lời giải tham khảo

Gọi A', B' là hình chiếu của A, B lên $(Oyz) \Rightarrow A'(0;-2;1), B'(0;4;9)$.

Khoảng cách từ A, B đến (Oyz) lần lượt là $h_1 = d(A,(Oyz)) = 4$ và $h_2 = d(B,(Oyz)) = 4$.

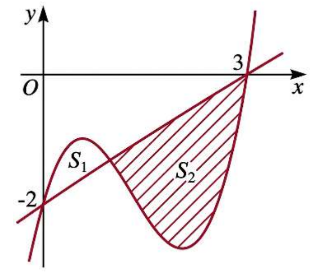
Ta có $T = \dfrac{\sqrt{h_1^2 + A'M^2}}{v_1} + \dfrac{\sqrt{h_2^2 + B'M^2}}{v_2}$.

Để T_{min} thì M phải thuộc đoạn $A'B'$. Khi đó $A'M + MB' = A'B' = \sqrt{(4+2)^2 + (9-1)^2} = 10$.

Đặt $A'M = x \Rightarrow B'M = 10 - x$ $(0 \le x \le 10)$.

Xét hàm $f(x) = \dfrac{\sqrt{16+x^2}}{3} + \dfrac{\sqrt{16+(10-x)^2}}{6} \xrightarrow{\frac{d}{dx}} x = 2 \to T_{Min} = \dfrac{4\sqrt{5}}{3}$

Câu 3: [HTN]Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Đường thẳng $d: y=ax+b$ tạo với đường $y=f(x)$ hai miền phẳng có diện tích là S_1, S_2 (hình vẽ bên). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục tung và trục hoành bằng $\frac{21}{4}$ và $S_1=\frac{5}{12}$. Khi đó giá trị $S_2=\frac{a}{b}$ *(là phân số tối giản)*. Tính $a+b=?$



Lời giải tham khảo

Ta có từ đồ thị, hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ cắt trục tung tại $\left(0;-2\right)$ và cắt trục hoành tại $x=3$. Đường thẳng d đi qua $\left(0;-2\right)$ và $\left(3;0\right)$, suy ra phương trình đường thẳng d là $y=\frac{2}{3}x-2$.

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi $f\left(x\right)$, trục tung và trục hoành bằng $\frac{21}{4}$. Vì đồ thị nằm dưới trục hoành trên $\left[0;3\right]$, ta có: $\int_0^3 -f\left(x\right)dx=\frac{21}{4} \Rightarrow \int_0^3 f\left(x\right)dx=-\frac{21}{4}$

Ta có diện tích tam giác giới hạn bởi đường thẳng d, trục tung và trục hoành là $S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3=3$.

Ta có $S_1+S_2=\int_0^3 \left[f\left(x\right)-\left(ax+b\right)\right]dx=\int_0^3 f\left(x\right)dx-\int_0^3\left(\frac{2}{3}x-2\right)dx \quad =-\frac{21}{4}-\left(-3\right)=-\frac{9}{4}$

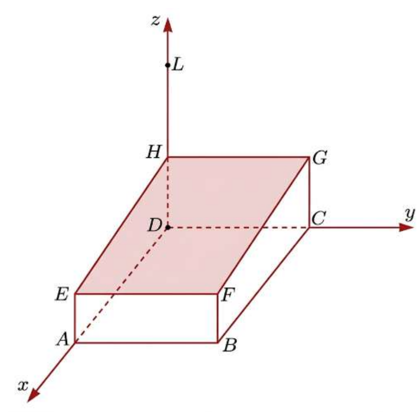
Ta có $S_2-S_1=\int_0^3\left(ax+b\right)dx-\int_0^3 f\left(x\right)dx=-3-\left(-\frac{21}{4}\right)=\frac{9}{4}$

Ta có $S_2=S_1+\frac{9}{4}=\frac{5}{12}+\frac{9}{4}=\frac{5+27}{12}=\frac{32}{12}=\frac{8}{3}$.

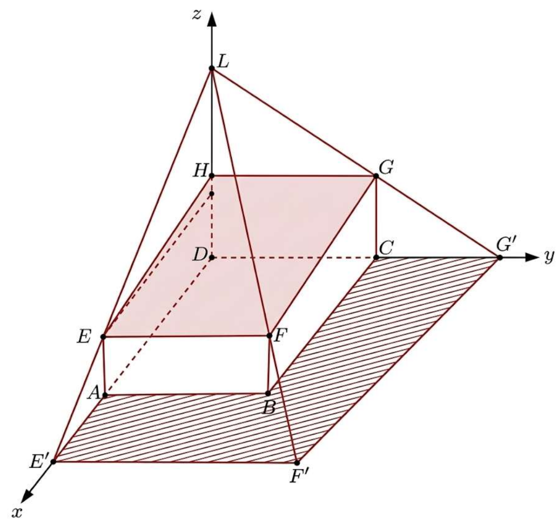
Ta có $S_2=\frac{8}{3}$ là phân số tối giản, suy ra $a=8, b=3$.

Vậy $a+b=8+3=11$.

Câu 4: [HTN]Sân hiên hình chữ nhật của một ngôi nhà là khoảng đất $ABCD$ được lợp mái bằng kính màu để hạn chế ánh sáng đi qua với mái dố**C.** Các bề mặt bên $ADHE$ và $CGHD$ nằm ở bức tường bên ngoài ngôi nhà. Đặt vào mô hình hệ trục tọa độ như hình vẽ thì ta có $B\left(5;\frac{7}{2};0\right)$; $E\left(5;0;2\right)$ và $H\left(0;0;3\right)$. Trên tường nhà có một ngọn đèn đặt tại điểm L cách điểm D một khoảng $6\,\text{m}$ theo phương thẳng đứng. Phần có mái của sân hiên in bóng lên khu vườn bằng phẳng phía trước ngôi nhà dưới ánh đèn tạo thành khoảng đất hạn chế ánh sáng. Tính diện tích khoảng đất đó (Kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Lời giải tham khảo



Ta có H là trung điểm của DL nên GH là đường trung bình của $\Delta LDG'$ nên ta suy ra G là trung điểm của LG'.

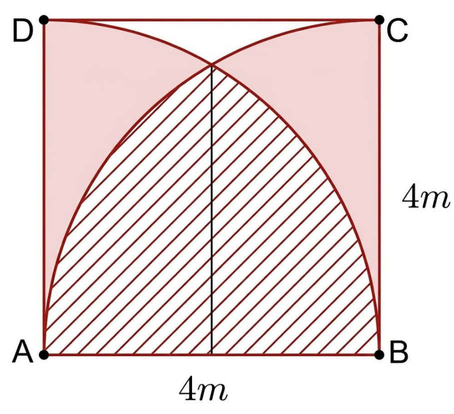
Mặt khác: GC là đường trung bình của $\Delta LDG'$ nên $G'\left(0;7;0\right)$

Ta có: $\dfrac{E'A}{ED}=\dfrac{EA}{LD}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow E'A=\dfrac{1}{3}E'D\Rightarrow E'A=\dfrac{1}{2}AD=2,5\Rightarrow E'\left(7,5;0;0\right)$

Mặt khác: $\dfrac{EF}{E'F'}=\dfrac{LE}{LE'}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow E'F'=1,5.EF=1,5.3,5=5,25$

Diện tích khoảng đất khi đó là: $S_{DG'F'E'}=\dfrac{\left(DG'+E'F'\right).DE'}{2}=\dfrac{\left(7+5,25\right).7,5}{2}=45,9$

Câu 5: [HTN]Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB=4\mathrm{m}$. Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R=4\mathrm{m}$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là $150\ 000$ đồng/ m^2, chi phí sơn phần màu đen là $100\ 000$ đồng/ m^2 và chi phí để sơn phần còn lại là $250\ 000$ đồng/ m^2



Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên (Đơn vị: triệu đồng và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)?

Lời giải tham khảo

Gọi I là giao điểm của 2 cung tròn $\overset{\frown}{AC};\overset{\frown}{BD}$. Chọn gốc toạ độ $A\left(0;0\right)\Rightarrow B\left(4,0\right)$

Xét cung tròn có phương trình $y=\sqrt{16-x^2}$

Phần diện tích gạch chéo $S=2.\int_2^4\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x=16\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{16\pi}{3}-4\sqrt{3}$

Phần diện tích màu đen: $2.\left(\frac{1}{4}\pi.4^2-\frac{16\pi}{3}+4\sqrt{3}\right)=\frac{-8\pi}{3}+8\sqrt{3}$

Phần diện tích còn lại: $16-\left(\frac{16\pi}{3}-4\sqrt{3}+\frac{-8\pi}{3}+8\sqrt{3}\right)=16-\frac{8\pi}{3}-4\sqrt{3}$

Số tiền để sơn biển quảng cáo:

$\left(\frac{16\pi}{3}-4\sqrt{3}\right).150\ 000+\left(\frac{-8\pi}{3}+8\sqrt{3}\right).100\ 000+\left(16-\frac{8\pi}{3}-4\sqrt{3}\right).250\ 000\approx 2,2$ triệu đồng.

Câu 6: [HTN]Quan sát hai mã cổ phiếu A và B người ta nhận thấy trong mỗi phiên giao dịch, nếu cổ phiếu B không giảm giá thì cổ phiếu A giảm giá với xác suất $\frac{2}{5}$. Ngược lại, nếu cổ phiếu A không giảm giá thì cổ phiếu B giảm giá với xác suất $\frac{4}{7}$. Hơn nữa, xác suất cả hai cổ phiếu A và B giảm giá trong cùng một ngày là 0,1. Hãy tính xác suất để có ít nhất một trong hai cổ phiểu A và B giảm giá trong một phiên giao dịch.

Lời giải tham khảo

Gọi A và B lần lượt là biến cố mã cổ phiếu A và B giảm giá trong một phiên giao dịch.

Đặt $a=P(A)$ và $b=P(B)$ với $a,b\in[0;1]$.

Khi đó ta có: $\frac{2}{5}=P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{P(A)-P(AB)}{1-P(B)}=\frac{a-0,1}{1-b}\Rightarrow 5a+2b=2,5\quad(1)$

Tương tự: $\frac{4}{7}=P\left(B\,|\,\overline{A}\right)=\frac{P\left(B\overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{P(B)-P(AB)}{1-P(A)}=\frac{b-0,1}{1-a}\Rightarrow 4a+7b=4,7\quad(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}5a+2b=2,5\\4a+7b=4,7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0,3\\b=0,5\end{cases}$

Xác suất để có ít nhất một trong hai cổ phiểu A và B giảm giá trong một phiên giao dịch là:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0,7$

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 01 ÔN GK 2 TOÁN 12

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

❖ Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
009	B	B	D	D	D	A	D	B	B	B	D	B

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

❖ Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

❖ Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
009	a)S - b)Đ - c)Đ - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)S - b)S - c)S - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

❖ Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
009	15	700	2.98	45,9	2,2	0,7

BỘ ĐỀ
THỰC CHIẾN
ĐỀ SỐ 02

BỘ ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ 2
Môn: **Toán 12**
Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: [HTN]Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int x^3 \mathrm{d}x = x^4 + C.$ **B.** $\int x^3 \mathrm{d}x = 3x^2 + C.$ **C.** $\int x^3 \mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{\ln 3} + C.$ **D.** $\int x^3 \mathrm{d}x = \dfrac{x^4}{4} + C.$

Câu 2: [HTN]Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V = \dfrac{19\pi}{15}$. **B.** $V = \dfrac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \dfrac{17\pi}{15}$. **D.** $V = \dfrac{16\pi}{15}$.

Câu 3: [HTN]Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 4: [HTN]Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

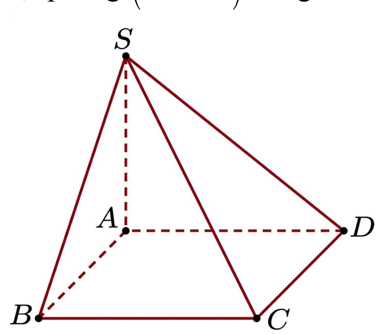
Câu 5: [HTN]Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) = 2$ là

A. 2. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 6: [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{-2} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (2;3;2)$. **B.** $\vec{n} = (3;2;3)$. **C.** $\vec{n} = (2;3;-2)$. **D.** $\vec{n} = (3;2;-3)$.

Câu 7: [HTN] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

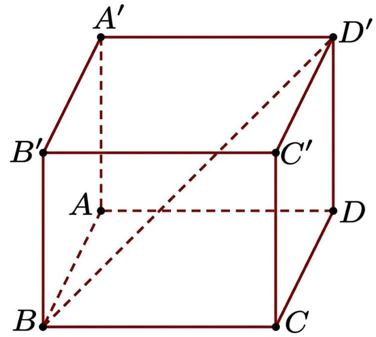
Câu 8: [HTN] Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} < 27$ là:

A. $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 9: [HTN] Cho dãy số $\left(u_n\right)$ thoả mãn $u_1 = 2; u_{n+1} = 3u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 10: [HTN] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ bằng vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{BD'}$. **C.** $\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BA'}$.

Câu 11: [HTN] Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến trên khoảng nào?

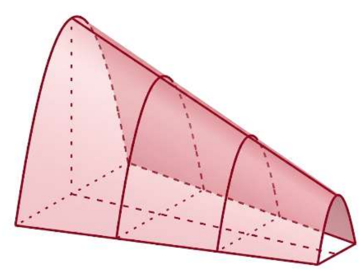
A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 12: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình $\left(x-2\right)^2 + \left(y+1\right)^2 + \left(z-3\right)^2 = 9$. Toạ độ tâm của mặt cầu đã cho là:

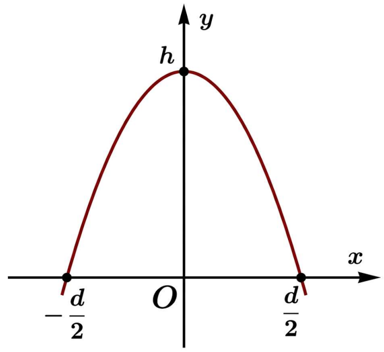
A. $\left(2;-1;3\right)$. **B.** $\left(-2;1;3\right)$. **C.** $\left(-2;1;-3\right)$. **D.** $\left(-2;-1;3\right)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d)ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: [HTN] Một đường hầm mô hình như hình vẽ có chiều dài $5\left(\text{cm}\right)$. Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được mặt cắt là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao. Ở đó hình parabol là hình phẳng được giới hạn bởi một đường parabol và đoạn thẳng nối hai điểm thuộc parabol đồng thời vuông góc với trục đối xứng của parabol đó được gọi là đáy, khoảng cách từ đỉnh của parabol xuống đáy gọi là chiều cao. Chiều cao của mỗi mặt cắt hình parabol cho bởi công thức $y = 3 - \dfrac{2}{5}x\left(\text{cm}\right)$, với $x\left(\text{cm}\right)$ là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình đến mặt phẳng chứa mặt cắt.



a)Nếu một hình parabol có đáy bằng d và chiều cao bằng h như hình vẽ thì phương trình của parabol là $y = -\dfrac{4h}{d^2}x^2 + h$.



b) Diện tích cửa lớn của đường hầm mô hình bằng $12\left(\text{cm}^2\right)$.

c) Chiều cao cửa nhỏ của đường hầm mô hình bằng $2\left(\text{cm}\right)$.

d) Nếu người ta làm một khối có kích thước như mô hình đường hầm ở trên bằng nguyên liệu có giá $5,4$ triệu đồng cho mỗi cm^3 thì số tiền cần bỏ ra để mua nguyên liệu là 156 triệu đồng.

Lời giải tham khảo

a) Ta có đỉnh của parabol là $\left(0;h\right)$ và đi qua điểm $\left(\frac{d}{2};0\right)$ nên phương trình có dạng $y=ax^2+h$.

Suy ra hệ số $a=-\frac{4h}{d^2}$ và phương trình parabol là $y=-\frac{4h}{d^2}x^2+h$. (Mệnh đề **Đúng**)

b) Ta có tại lối vào lớn $x=0$, chiều cao $h=3$ (cm) và độ dài đáy $d=6$ (cm).

Suy ra diện tích cửa lớn của đường hầm là $S=\int\limits_{-3}^{3}\left(-\frac{1}{3}x^2+3\right)dx=12$ (cm^2). (Mệnh đề **Đúng**)

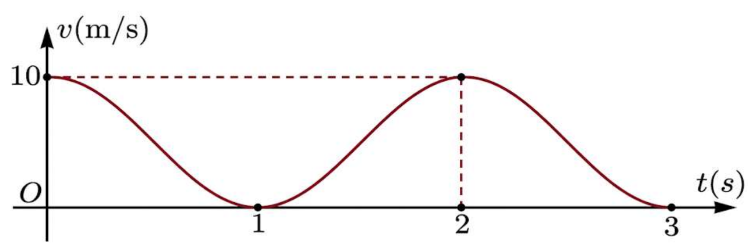
c) Ta có tại lối vào nhỏ tương ứng với $x=5$.

Suy ra chiều cao cửa nhỏ là $h=3-\frac{2}{5}\cdot 5=1$ (cm). (Mệnh đề **Sai**)

d) Ta có diện tích mặt cắt tại vị trí x là $S\left(x\right)=\frac{4}{3}\left(3-\frac{2}{5}x\right)^2$.

Suy ra thể tích khối mô hình là $V=\int\limits_{0}^{5}S\left(x\right)dx=\frac{260}{9}$ (cm^3) và số tiền nguyên liệu cần bỏ ra là $T=\frac{260}{9}\cdot 5,4=156$ (triệu đồng). (Mệnh đề **Đúng**)

Câu 2: [HTN] Một chất điểm chuyển động trong 3 giây với vận tốc $v\left(t\right)=m\cos\left(\pi t\right)+n$ (đơn vị: m/s) trong đó t (giây) là biến thời gian và m,n là các hằng số có đồ thị như hình sin vẽ dưới đây:



a) Vận tốc của vật ở thời điểm $t=2$ giây là 10 (m/s)
b) $m=5$
c) $n=10$

d) Tổng quãng đường vật đi được sau 3 giây là $27,93\,\text{m}$

a) Ta có từ đồ thị vận tốc, tại thời điểm $t = 2$ đường cong đạt đỉnh cao nhất với giá trị tương ứng trên trục tung là 10.
Suy ra vận tốc của vật ở thời điểm $t = 2$ giây là 10 (m/s). (Mệnh đề **Đúng**)

b) Ta có dựa vào các điểm đi qua trên đồ thị, $v\left(0\right) = m + n = 10$ và $v\left(1\right) = -m + n = 0$.

Suy ra $m = 5$. (Mệnh đề **Đúng**)

c) Ta có từ hệ phương trình ở trên, ta tính được $n = 5$.
Suy ra khẳng định $n = 10$ là sai. (Mệnh đề **Sai**)

d) Ta có hàm số vận tốc của chất điểm là $v\left(t\right) = 5\cos\left(\pi t\right) + 5$.

Suy ra tổng quãng đường vật đi được sau 3 giây là $S = \int_0^3 \left(5\cos\left(\pi t\right) + 5\right)dt = 15$ (m). (Mệnh đề **Sai**)

Câu 3: [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một con chim bồ câu xuất phát từ $O\left(0;0;0\right)$ di chuyển với vectơ vận tốc $\overrightarrow{v_1} = \left(1;2;2\right)$. Cùng lúc đó, một con chim én cũng bắt đầu di chuyển từ $A\left(0;0;5\right)$ với vectơ vận tốc $\overrightarrow{v_2} = \left(0;3;4\right)$. Tồn tại một vùng không gian nguy hiểm, nơi mà ở đó thường xuyên xuất hiện những người săn bắt chim có dạng mặt cầu $\left(x-2\right)^2 + \left(y-4\right)^2 + \left(z-4\right)^2 = 16$. Biết rằng mỗi đơn vị trên các trục tọa độ trong không gian tương đương $1\,\text{m}$ và đơn vị đo thời gian tính bằng giây.

a) Tốc độ di chuyển của chim bồ câu là $3\,\text{m/s}$

b) Chim én có di chuyển vào vùng nguy hiểm trong quá trình bay

c) Thời gian mà chim bồ câu di chuyển trong vùng nguy hiểm nhỏ hơn 5 giây

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng quỹ đạo của hai con chim bằng $\frac{2}{3}$ m.

a) Ta có phương trình đường bay của chim bồ câu xuất phát từ $O\left(0;0;0\right)$ là $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2t \end{cases}$ với vectơ vận tốc $\vec{v}_1 = \left(1;2;2\right)$.

Suy ra tốc độ di chuyển của chim bồ câu là $|\,\vec{v}_1\,| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$ (m/s). (Mệnh đề **Đúng**)

b) Ta có phương trình đường bay của chim én xuất phát từ $A\left(0;0;5\right)$ là $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3t' \\ z = 5 + 4t' \end{cases}$ và mặt cầu vùng nguy hiểm có tâm $I\left(2;4;4\right)$, bán kính $R = 4$.

Suy ra khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng quỹ đạo bay của chim én là $d = \frac{\sqrt{461}}{5} \approx 4,29 > 4$ nên chim én không di chuyển vào vùng nguy hiểm. (Mệnh đề **Sai**)

c) Ta có thay tọa độ đường bay của chim bồ câu vào phương trình mặt cầu, ta được phương trình thời gian xác định vị trí chim bồ câu nằm trong vùng nguy hiểm là $\left(t-2\right)^2 + \left(2t-4\right)^2 + \left(2t-4\right)^2 \le 16$.

Suy ra giải bất phương trình ta được $\frac{2}{3} \le t \le \frac{10}{3}$, khoảng thời gian bay trong vùng nguy hiểm là $\Delta t = \frac{10}{3} - \frac{2}{3} = \frac{8}{3} < 5$ (giây). (Mệnh đề **Đúng**)

d) Ta có đường bay bồ câu đi qua $O(0;0;0)$ có $\vec{v}_1 = (1;2;2)$ và đường bay chim én đi qua $A(0;0;5)$ có $\vec{v}_2 = (0;3;4)$.

Suy ra khoảng cách giữa hai đường thẳng quỹ đạo là $d = \frac{|[\vec{v}_1, \vec{v}_2] \cdot \overrightarrow{OA}|}{|[\vec{v}_1, \vec{v}_2]|} = \frac{15}{\sqrt{29}} \ne \frac{2}{3}$ (m). (Mệnh đề **Sai**)

Câu 4: [HTN] Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $0,75$.

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,1$.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,2$.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,35$.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,7125$.

Gọi A là biến cố "An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán" và B là biến cố "An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì".

Từ giả thiết đề bài, ta có $P(A) = 0,75$; $P(\overline{A}) = 0,25$; $P(B \mid A) = 0,9$; $P(\overline{B} \mid \overline{A}) = 0,85$.

a) Ta có xác suất An được điểm không tốt khi chăm chỉ làm bài là xác suất của biến cố đối $P(\overline{B} \mid A)$.

Suy ra $P(\overline{B} \mid A) = 1 - P(B \mid A) = 0,1$. (Mệnh đề **Đúng**)

b) Ta có xác suất An được điểm tốt khi không chăm chỉ làm bài là xác suất của biến cố đối $P(B \mid \overline{A})$.

Suy ra $P(B \mid \overline{A}) = 1 - P(\overline{B} \mid \overline{A}) = 0,15$. (Mệnh đề **Sai**)

c) Ta có theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm không tốt là $P(\overline{B}) = P(A)P(\overline{B} \mid A) + P(\overline{A})P(\overline{B} \mid \overline{A})$.

Suy ra $P(\overline{B}) = 0,75 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,85 = 0,2875 \ne 0,35$. (Mệnh đề **Sai**)

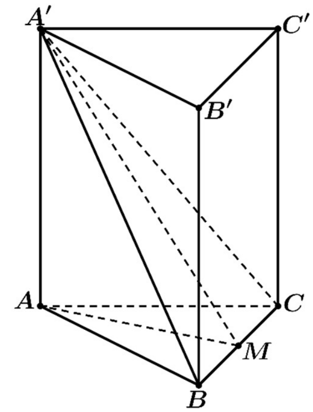
d) Ta có xác suất để An đạt điểm tốt là xác suất của biến cố đối $P(B) = 1 - P(\overline{B})$.

Suy ra $P(B) = 1 - 0,2875 = 0,7125$. (Mệnh đề **Đúng**)

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: [HTN] Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết số đo góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 32. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng bao nhiêu?

Lời giải tham khảo



Gọi M là trung điểm của BC thì ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AM)$

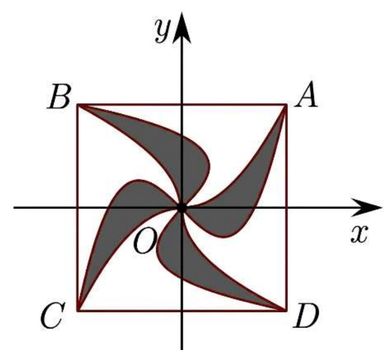
Suy ra $[A', BC, A] = \widehat{A'MA} = 30^\circ$ và đặt $AB = BC = CA = x \Rightarrow \begin{cases} AM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x \\ A'M = \dfrac{2SA'.BC}{BC} = \dfrac{64}{x} \end{cases}$

$\Rightarrow \cos 30^\circ = \dfrac{AM}{A'M} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x : \dfrac{64}{x} = \dfrac{\sqrt{3}x^2}{128} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 8$

Vậy $AA' = AM.\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow d = 4$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng 4.

Câu 2: [HTN] Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\,(\text{m})$ được lát gạch màu trắng và trang trí bởi một hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy với O là tâm hình vuông sao cho $A(1;1)$ thì hai đường cong nối từ O đến A của cánh hình màu sẫm là một phần của đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = ax^3 + bx$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị của tích $a \cdot b$ bằng bao nhiêu, biết rằng diện tích phần màu sẫm chiếm $\dfrac{1}{3}$ diện tích mặt sàn?



Lời giải tham khảo

Diện tích 1 cánh của hình trang trí là: $S_1 = \displaystyle\int_0^1 \left(x^2 - ax^3 - bx\right)dx = \left(\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{ax^4}{4} - \dfrac{bx^2}{2}\right)\Big|_0^1 = \dfrac{1}{3} - \dfrac{a}{4} - \dfrac{b}{2}$

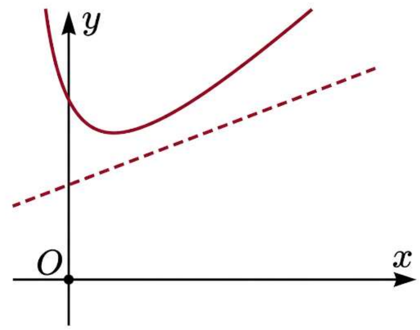
$\Rightarrow$ diện tích hình trang trí là: $S = 4S_1 = \dfrac{4}{3} - a - 2b$

Vì diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\dfrac{1}{3}$ diện tích mặt sàn nên $\dfrac{4}{3} - a - 2b = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow a + 2b = 0$

Khi đó ta có: $\begin{cases} a + 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

Vậy $ab = -2$

Câu 3: [HTN] Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm là một phần đồ thị của hàm số bậc hai trên bậc nhất $f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+e}$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục hoành tương ứng 100 sản phẩm và mỗi đơn vị trên trục tung tương ứng 1000USD). Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ là $A\left(-1;\dfrac{2}{3}\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $B\left(3;2\right)$. Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bởi hàm số $R\left(x\right)=x^2+2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất thì số sản phẩm sản xuất được là bao nhiêu? *(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*



Lời giải tham khảo

Dễ dàng suy ra được $e=1$ và đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x=-1$

Gọi đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ là $y=ax+b$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases}-a+b=\dfrac{2}{3}\\3a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{3}\\b=1\end{cases}$ nên đường tiệm cận xiên là $y=\dfrac{1}{3}x+1$

Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+e}$ được viết lại dưới dạng $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x+1+\dfrac{d}{x+1}$

Lợi nhuận $=$ Doanh thu $-$ Chi phí $\Leftrightarrow P\left(x\right)=R\left(x\right)-f\left(x\right)\Leftrightarrow x^2+2x-\dfrac{1}{3}x-1-\dfrac{d}{x+1}$

Theo giả thiết lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5250 USD.

Khi đó $P\left(2\right)=5,25\Leftrightarrow\dfrac{19}{3}-\dfrac{d}{3}=5,25\Leftrightarrow d=\dfrac{13}{4}=3,25$

Vậy $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x+1+\dfrac{3,25}{x+1}$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3,25}{\left(x+1\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-\sqrt{39}}{2}-1\left(loai\right)\\x=\dfrac{\sqrt{39}}{2}-1\left(nhan\right)\end{array}\right.$

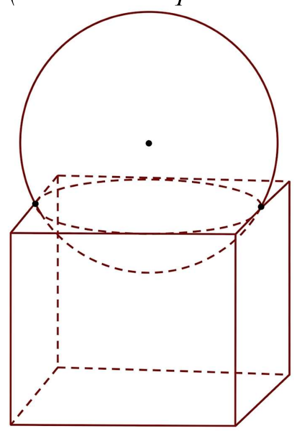
Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{\sqrt{39}}{2}-1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\dfrac{17}{4}$	$\searrow$	$\dfrac{\sqrt{39}}{3}+\dfrac{2}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy số sản phẩm khi chi phí đạt giá trị nhỏ nhất là $\left(\dfrac{\sqrt{39}}{2}-1\right).100\approx 212$ sản phẩm.

Đáp án:

Câu 4: [HTN] Một bình chứa đầy nước có hình dạng hình lập phương cạnh 8cm. Người ta đặt lên miệng bình một khối cầu có đường kính bằng 10cm làm cho nước trong bình bị tràn ra ngoài. Thể tích nước còn lại trong bình là bao nhiêu centimét khối? *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)*.



Lời giải tham khảo

Ta có thể tích ban đầu của bình nước hình lập phương là $V_1 = 8^3 = 512\ (\text{cm}^3)$.

Ta có khối cầu bán kính $R = 5$ (cm) đặt vừa vặn lên miệng bình nên đường tròn giao tuyến có bán kính bằng khoảng cách từ tâm hình vuông đến cạnh mặt đáy, suy ra $r = 4$ (cm).

Suy ra khoảng cách từ tâm khối cầu đến mặt phẳng miệng bình là $d = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (cm).
Suy ra chiều cao của phần chỏm cầu chìm trong bình nước là $h = 5 - 3 = 2$ (cm).
Ta có thể tích phần nước tràn ra ngoài chính là thể tích của chỏm cầu được tính bằng công thức $V_2 = \pi h^2\left(R - \dfrac{h}{3}\right)$.

Suy ra $V_2 = \pi \cdot 2^2 \cdot \left(5 - \dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{52\pi}{3}\ (\text{cm}^3)$.

Suy ra thể tích nước còn lại trong bình là $V = 512 - \dfrac{52\pi}{3} \approx 458\ (\text{cm}^3)$.

Câu 5: [HTN] Từ một quả cầu bằng đá trắng sứ bán kính bằng 1 dm, người ta khoan rút lõi ngay "chính giữa" quả cầu (trục đối xứng của lõi và quả cầu trùng nhau) như hình sau với đường kính mũi khoan là 1 dm được một vật thể có thể tích V là bao nhiêu dm^3? (Bỏ qua độ dày mũi khoan và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải tham khảo

Gọi V_1 là thể tích của khối trụ và V_2 là thể tích của chỏm cầu

Nửa chiều cao của khối trụ là: $l = \sqrt{1^2 - (0,5)^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên ta có thể suy ra chiều cao của chỏm cầu là: $h = 1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Thể tích khối trụ là: $V_1 = \pi R^2.H = \pi.R^2.2l = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{4}$

Thể tích chỏm cầu: $V_2 = \pi \int_{R-h}^{R} \left(\sqrt{R^2 - x^2}\right)^2 dx \Leftrightarrow V_2 = \pi \int_{R-h}^{R} \left(R^2 - x^2\right) dx \Leftrightarrow V_2 = \pi \left(R^2 x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{R-h}^{R}$

$$\Leftrightarrow V_2 = \pi \left[\left(R^3 - \frac{R^3}{3}\right) - \left(R^2\left(R-h\right) - \frac{\left(R-h\right)^3}{3}\right)\right] \Leftrightarrow V_2 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3}\right).$$

Thay số ta suy ra được thể tích của chỏm cầu là $V_2 = \pi\left(\frac{2}{3} - \frac{3\sqrt{3}}{8}\right)$

Khi đó thể tích của khối cần tìm là $V = V_1 + 2V_2 = \frac{\pi\sqrt{3}}{4} + \pi\left(\frac{2}{3} - \frac{3\sqrt{3}}{8}\right) = \frac{8 - 3\sqrt{3}}{6}\pi \approx 1,47 \text{ dm}^3$

Câu 6: [HTN] Trong một khu rừng có ba loài thú săn mồi: Hổ, Báo và Sư tử. Tỉ lệ xuất hiện của Hổ, Báo, Sư tử trong rừng lần lượt là là 40%, 35%, 25% . Ban đêm, những loài này săn mồi và để lại dấu chân. Một chuyên gia sinh học đến khu rừng và nhận diện dấu chân nhưng có xác suất nhận diện sai như sau:

- Nếu là dấu chân hổ, chuyên gia nhận diện đúng với xác suất 80%, nhầm là báo với xác suất 15%, nhầm là sư tử với xác suất 5%.
- Nếu là dấu chân báo, chuyên gia nhận diện đúng với xác suất 75%, nhầm là hổ với xác suất 20%, nhầm là sư tử với xác suất 5%.
- Nếu là dấu chân sư tử, chuyên gia nhận diện đúng với xác suất 85%, nhầm là hổ với xác suất 10%, nhầm là báo với xác suất 5%.

Một ngày nọ, chuyên gia phát hiện một dấu chân và nhận diện nó là của hổ. Giả sử chuyên gia tiếp tục phân tích và lần thứ hai vẫn nhận diện dấu chân này là của hổ. Khi đó, xác suất thực sự đó là dấu chân của hổ là bao nhiêu? *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*

Lời giải tham khảo

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố "Dấu chân thực sự là của Hổ", "Dấu chân thực sự là của Báo" và "Dấu chân thực sự là của Sư tử".

Ta có tỉ lệ xuất hiện của các con vật trong rừng là $P\left(A_1\right) = 0,4$; $P\left(A_2\right) = 0,35$; $P\left(A_3\right) = 0,25$.

Gọi E là biến cố "Chuyên gia nhận diện dấu chân đó là của Hổ trong hai lần phân tích liên tiếp".

Ta có xác suất nhận diện sai sót là độc lập trong mỗi lần nên $P\left(E \mid A_1\right) = 0,8^2 = 0,64$; $P\left(E \mid A_2\right) = 0,2^2 = 0,04$; $P\left(E \mid A_3\right) = 0,1^2 = 0,01$.

Ta có theo công thức xác suất toàn phần, xác suất biến cố E xảy ra là $P\left(E\right) = P\left(A_1\right)P\left(E \mid A_1\right) + P\left(A_2\right)P\left(E \mid A_2\right) + P\left(A_3\right)P\left(E \mid A_3\right) = 0,2725$.

Suy ra theo công thức Bayes, xác suất thực sự đó là dấu chân Hổ là $P\left(A_1 \mid E\right) = \frac{P\left(A_1\right)P\left(E \mid A_1\right)}{P\left(E\right)} = \frac{0,256}{0,2725} \approx 0,94$.

-------------- Hết --------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 02 ÔN GK 2 TOÁN 12

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

❖ Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
009	D	D	A	C	B	B	D	B	A	C	B	B

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

❖ Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

❖ Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
009	a)Đ- b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

❖ Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
009	4	-2	212	458	1,47	0,94

BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN
ĐỀ SỐ 03

BỘ ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ 2
Môn: **Toán 12**
Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: [HTN] Nếu $\int_a^b f\left(x\right)dx = 2025$ thì $\int_a^b 2f\left(x\right)dx$ bằng?

A. 2025^2 **B.** $\dfrac{2025}{2}$ **C.** 2023. **D.** 4050

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_a^b 2f\left(x\right)dx = 2.\int_a^b f\left(x\right)dx = 2.2025 = 4050$.

Câu 2: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $2x - y + z - 4 = 0$. Phương trình

mặt phẳng $\left(Q\right)$ song song với $\left(P\right)$ và đi qua điểm $M\left(1;-1;3\right)$ là

A. $2x - y + z + 6 = 0$. **B.** $2x + 3y - z + 4 = 0$. **C.** $2x - y + z - 6 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\left(Q\right)$ song song với $\left(P\right)$ nên $\overrightarrow{n_Q} = \overrightarrow{n_P} = \left(2;-1;1\right)$

Mặt khác, $\left(Q\right)$ đi qua điểm $M\left(1;-1;3\right)$ nên phương trình của $\left(Q\right)$ là: $2x - y + z - 6 = 0$.

Câu 3: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A\left(1;1;1\right)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ $\left(Oxy\right)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = \left(0;0;1\right)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ $\left(Oxy\right)$ nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(0;0;1\right)$ và đi qua điểm $A\left(1;1;1\right)$ suy ra phương trình cần tìm là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 4: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n}=(-3;-6;-2)$. **B.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$.
C. $\vec{n}=(2;-1;3)$. **D.** $\vec{n}=(3;6;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1\Leftrightarrow 3x+6y-2z+6=0$.

Vậy mặt phẳng trên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;6;-2)$.

Câu 5: [HTN] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3,\ y=0,\ x=0,\ x=5$. Gọi V là thể tích
của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\int_0^5 (x^2+3)dx$. **B.** $V=\pi\int_0^5 (x^2+3)^2dx$.
C. $V=\int_0^5 (x^2+3)^2dx$. **D.** $V=\pi\int_0^5 (x^2+3)dx$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là $V=\pi\int_0^5 (x^2+3)^2dx$

Câu 6: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông
góc với đường thẳng AB là

A. $2x-3y-z-20=0$. **B.** $3x-y+3z-25=0$.
C. $3x-y+3z-13=0$. **D.** $2x-3y-z+8=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}(-4;6;2)$ là vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng cần tìm là $-4(x-5)+6(y+4)+2(z-2)=0\Leftrightarrow -4x+6y+2z+40=0$ hay $2x-3y-z-20=0$

Câu 7: [HTN] Với a,b là các tham số thực thì giá trị tích phân $I=\int_0^b (3x^2-2ax-1)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. b^3-ba^2-b. **B.** b^3+b^2a+b. **C.** b^3-b^2a-b. **D.** $3b^2-2ab-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int_0^b (3x^2-2ax-1)\,\mathrm{d}x=\left.(x^3-ax^2-x)\right|_0^b=b^3-ab^2-b.$

Câu 8: [HTN] Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0,x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (0\le x\le 1)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x.

A. $V=\dfrac{12\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{12}{5}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích vật thể là: $V=\int_0^1 S(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^1 x^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{d}x=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 9: [HTN] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2), B(3;5;-2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x+ay+bz+c=0$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

$\Rightarrow (\alpha)$ đi qua trung điểm M của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB.

Ta có $M(2;1;0)$ và $\overrightarrow{AB}=(2;8;-4)$, ta chọn 1 vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(1;4;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;0)$ và nhận $\vec{n}=(1;4;-2)$ làm vecto pháp tuyến là

$1(x-2)+4(y-1)-2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+4y-2z-6=0$.

Suy ra $a=4, b=-2, c=-6$ nên do đó $a+b+c=4+(-2)+(-6)=-4$.

Câu 10: [HTN] Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x-1}$, trục hoành và $x=5$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{15\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{15}{2}$. **C.** 8π. **D.** 8.

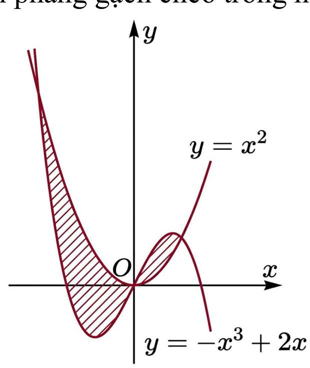
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y=\sqrt{x-1}$ và trục hoành là $\sqrt{x-1}=0 \Rightarrow x=1$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_1^5\left(\sqrt{x-1}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_1^5(x-1)\,\mathrm{d}x=\pi\left.\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\right|_1^5=8\pi.$$

Câu 11: [HTN] Diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình dưới đây bằng:



A. $\dfrac{55}{12}$. **B.** $\dfrac{37}{12}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Lời giải

Giải phương trình $x^2 = -x^3 + 2x \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$.

Diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình bên bằng $S = \int_{-2}^{1} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| \mathrm{d}x = \frac{37}{12}$.

Câu 12: [HTN] Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x = 2$, đồ thị hàm số $y = x^2$ và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox.

A. $\frac{4\pi}{5}$. **B.** $\frac{5\pi}{6}$. **C.** $\frac{32\pi}{5}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2$ và trục Ox: $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$.

Ta có: $V = \pi \int_0^2 \left(x^2\right)^2 \mathrm{d}x = \pi \int_0^2 x^4 \mathrm{d}x = \pi \left.\frac{x^5}{5}\right|_0^2 = \frac{32\pi}{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: [HTN] Ngày nay, việc sử dụng điện thoại thông minh trong công việc không còn xa lạ với bất kỳ ai, nhưng điều đó cũng mang đến một số ảnh hưởng xấu, đặc biệt là về vấn đề sức khỏe của mắt.
Tại trường đại học X, 60% sinh viên ở đây có thói quen theo dõi màn hình điện thoại vượt mức cho phép. Cũng tại trường đại học X này, cứ 5 sinh viên thì có đến 4 sinh viên bị bệnh về mắt. Đặc biệt, trong số những sinh viên có thói quen theo dõi màn hình điện thoại vượt mức cho phép thì cứ 7 bạn có đến 6 bạn bị bệnh về mắt. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên của trường đại học X.

a) Xác suất để sinh viên được chọn bị bệnh về mắt là $0,4$.

b) Biết rằng sinh viên được chọn có thói quen theo dõi màn hình điện thoại vượt mức cho phép, xác suất để sinh viên này không bị bệnh về mắt là $\frac{1}{7}$.

c) Biết rằng sinh viên được chọn không có thói quen theo dõi màn hình điện thoại vượt mức cho phép, xác suất để sinh viên này bị bệnh về mắt là $\frac{2}{7}$.

d) Biết rằng sinh viên được chọn không bị bệnh về mắt, xác suất để sinh viên này có thói quen theo dõi màn hình điện thoại vượt mức cho phép là $\frac{3}{7}$.

Lời giải tham khảo

Gọi A là biến cố "Sinh viên có thói quen theo dõi màn hình điện thoại vượt mức cho phép" và B là biến cố "Sinh viên bị bệnh về mắt".

Ta có từ giả thiết bài toán: $P\left(A\right) = 0,6$; $P\left(B\right) = \frac{4}{5} = 0,8$ và $P\left(B \mid A\right) = \frac{6}{7}$.

a) Ta có xác suất để sinh viên được chọn bị bệnh về mắt đã cho là $P\left(B\right) = 0,8$.

Suy ra mệnh đề $0,4$ là sai. (Mệnh đề **Sai**)

b) Ta có xác suất sinh viên không bị bệnh về mắt khi biết sinh viên đó dùng điện thoại vượt mức là $P\left(\overline{B} \mid A\right) = 1 - P\left(B \mid A\right)$.

Suy ra $P\left(\overline{B} \mid A\right) = \frac{1}{7}$. (Mệnh đề **Đúng**)

c) Ta có theo công thức xác suất toàn phần $P\left(B\right) = P\left(A\right)P\left(B \mid A\right) + P\left(\overline{A}\right)P\left(B \mid \overline{A}\right)$.

Suy ra $P\left(B \mid \overline{A}\right)=\dfrac{5}{7}$. (Mệnh đề **Sai**)

d) Ta có theo định lý Bayes, $P\left(A \mid \overline{B}\right)=\dfrac{P\left(\overline{B} \mid A\right)P\left(A\right)}{P\left(\overline{B}\right)}$.

Suy ra $P\left(A \mid \overline{B}\right)=\dfrac{3}{7}$. (Mệnh đề **Đúng**)

Câu 2: [HTN] Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc $24\left(m / s\right)$ thì người lái xe đạp phanh để xe chuyển động chậm dần đều đến lúc dừng hẳn. Từ thời điểm người lái xe bắt đầu đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo thời gian là $v\left(t\right)=-3t+24\left(m / s\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh.

a) Tại thời điểm người lái xe đạp phanh được 3 giây (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) thì vận tốc của ô tô bằng $21\left(m / s\right)$.

b) Thời gian tính từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 8 giây.

c) Trong khoảng thời gian người lái xe đạp phanh, quãng đường ô tô đi được trong 4 giây cuối lớn hơn quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu.

d) Quãng đường ô tô đi được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 192 mét.

Lời giải tham khảo

a) Ta có vận tốc của ô tô tại thời điểm $t=3$ là $v\left(3\right)=-3\cdot 3+24$.

Suy ra $v\left(3\right)=15$ (m/s). (Mệnh đề **Sai**)

b) Ta có ô tô dừng hẳn khi vận tốc $v\left(t\right)=0$, tương đương $-3t+24=0$.

Suy ra $t=8$ (giây). (Mệnh đề **Đúng**)

c) Ta có quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu là $\int_0^4\left(-3t+24\right)dt=72$ (m) và trong 4 giây cuối là $\int_4^8\left(-3t+24\right)dt=24$ (m).

Suy ra quãng đường đi được trong 4 giây cuối nhỏ hơn quãng đường đi được trong 4 giây đầu. (Mệnh đề **Sai**)

d) Ta có tổng quãng đường đi được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh cho đến khi dừng hẳn là $\int_0^8\left(-3t+24\right)dt$.

Suy ra quãng đường là 96 (m). (Mệnh đề **Sai**)

Câu 3: [HTN] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+1\right)^2=9$ và đường thẳng $\left(d\right):\begin{cases}x=1+t\\ y=1+t\\ z=-1-2t\end{cases}$. Gọi I là tâm của mặt cầu $\left(S\right)$.

a) Tâm I của mặt cầu $\left(S\right)$ có tọa độ là $\left(2;-1;1\right)$.

b) Mặt cầu $\left(S\right)$ có bán kính bằng 3.

c) Đường thẳng $\left(d\right)$ và mặt cầu $\left(S\right)$ có đúng hai giao điểm là $A\left(1;1;-1\right)$ và $B\left(0;0;1\right)$.

d) Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng $\left(d\right)$ lớn hơn 3.

Lời giải tham khảo

a) Ta có mặt cầu (S) có phương trình $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.

Suy ra tâm I có tọa độ là $(-2;1;-1)$. (Mệnh đề **Sai**)

b) Ta có phương trình mặt cầu (S) có $R^2=9$.

Suy ra bán kính mặt cầu là $R=3$. (Mệnh đề **Đúng**)

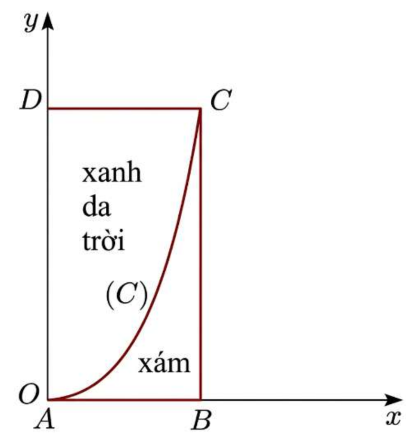
c) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (S) là $(1+t+2)^2+(1+t-1)^2+(-1-2t+1)^2=9$.

Suy ra $t=0$ hoặc $t=-1$, tương ứng với tọa độ hai giao điểm là $A(1;1;-1)$ và $B(0;0;1)$. (Mệnh đề **Đúng**)

d) Ta có đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.

Suy ra khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng (d) phải nhỏ hơn bán kính $R=3$. (Mệnh đề **Sai**)

Câu 4: [HTN] Bề mặt của một tấm gạch trang trí là hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=3dm, AD=6dm$. Trên hình chữ nhật $ABCD$, một đường cong (C) nối từ A đến C, đường cong này chia hình chữ nhật thành hai phần để tô hai màu khác nhau. Phần thứ nhất (chứa trung điểm của đoạn AC) được tô màu xanh da trời, phần thứ hai được tô màu xám. Phần thứ nhất có diện tích lớn hơn phần thứ hai. Biết rằng đường cong (C) là một phần của đường parabol (P). Điểm A là đỉnh của parabol (P) và đường thẳng AD là trục đối xứng của (P). Chọn hệ tọa độ Oxy sao cho $A(0;0), B(3;0), D(0;6)$.



a) Với hệ tọa độ đã chọn thì điểm C có tung độ bằng 3.

b) Với hệ tọa độ đã chọn thì parabol (P) có phương trình là $y=\frac{2}{3}x^2$.

c) Diện tích của phần được tô màu xám bằng $6\left(dm^2\right)$.

d) Diện tích của phần được tô màu xanh da trời gấp đôi diện tích của phần được tô màu xám.

Lời giải tham khảo

a) Ta có hình chữ nhật $ABCD$ với $A(0;0), B(3;0), D(0;6)$.

Suy ra điểm C có tọa độ là $(3;6)$, tức là tung độ bằng 6. (Mệnh đề **Sai**)

b) Ta có parabol (P) có đỉnh $A(0;0)$ và nhận trục Oy làm trục đối xứng nên phương trình có dạng $y=ax^2$.

Ta có parabol đi qua điểm $C(3;6)$ nên thay tọa độ vào ta được $a\cdot 3^2=6$.

Suy ra phương trình parabol là $y=\frac{2}{3}x^2$. (Mệnh đề **Đúng**)

c) Ta có diện tích phần tô màu xám là phần giới hạn bởi parabol (P), trục hoành Ox và đường thẳng $x=3$.

Suy ra diện tích phần màu xám là $S_1=\int_0^3 \frac{2}{3}x^2dx=6\ (dm^2)$. (Mệnh đề **Đúng**)

d) Ta có diện tích toàn bộ hình chữ nhật $ABCD$ là $S=3\cdot 6=18\ (dm^2)$.

Ta có diện tích phần màu xanh da trời là $S_2 = 18 - 6 = 12\ (dm^2)$.

Suy ra $S_2 = 2S_1$, tức là diện tích phần tô màu xanh da trời gấp đôi diện tích phần tô màu xám. (Mệnh đề **Đúng**)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: [HTN] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = -x, y = 4x^3, x = -1, x = 3$. Tính diện tích hình phẳng (H).

Lời giải tham khảo

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của các đường cong là $4x^3 = -x \Rightarrow x = 0$.

Ta có diện tích hình phẳng cần tìm được xác định bởi công thức $S = \int_{-1}^{3} |4x^3 + x|\, dx$.

Suy ra $S = \int_{-1}^{0} -\left(4x^3 + x\right) dx + \int_{0}^{3} \left(4x^3 + x\right) dx = 87$.

Câu 2: [HTN] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1), B(-2;1;-7), C(-1;1;-1)$. Biết vectơ $\vec{n} = (a;b;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC). Tính tổng $a^2 + b^2$.

Lời giải tham khảo

Ta có các vectơ $\overrightarrow{AB} = (-2;1;-6)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1;1;0)$.

Ta có một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}' = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (6;6;-1)$.

Ta có $\vec{n} = (a;b;1)$ cùng phương với $\vec{n}'$ nên $\vec{n} = (-6;-6;1)$.

Suy ra $a = -6$, $b = -6$ và tổng $a^2 + b^2 = 72$.

Câu 3: [HTN] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng (H) quay quanh trục hoành tạo nên. *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)*

Lời giải tham khảo

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là $x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = 4$.

Ta có thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức $V = \pi \int_0^4 \left(x^2 - 4x\right)^2 dx = \frac{512\pi}{15}$.

Suy ra thể tích làm tròn đến hàng đơn vị là 107.

Câu 4: [HTN] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện

$$\int_1^3 f(x)\,dx = 5; \int_6^3 f(x)\,dx = -9.$$

Tính tích phân $I = \int_1^6 \left[2x + f(x)\right] dx$.

Lời giải tham khảo

Ta có $\int\limits_1^6 f(x)dx = \int\limits_1^3 f(x)dx - \int\limits_6^3 f(x)dx$ .Suy ra $\int\limits_1^6 f(x)dx = 14$.

Ta có tích phân $I = \int\limits_1^6 2xdx + \int\limits_1^6 f(x)dx$.

Suy ra $I = 49$.

Câu 5: [HTN] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ đã được chọn, có hai con sóc rất muốn đến với nhau. Con sóc thứ nhất di chuyển tự do trên một cành cây là đoạn thẳng AB (không di chuyển ra ngoài đoạn thẳng AB). Con sóc thứ hai di chuyển tự do trên một bờ tường là đoạn thẳng CD (không di chuyển ra ngoài đoạn thẳng CD). Mỗi con sóc được xem như một chất điểm. Khi con sóc thứ nhất ở tại vị trí $S_1(x_1;y_1;z_1)$ (thuộc đoạn thẳng AB) và con sóc thứ hai ở tại vị trí $S_2(x_2;y_2;z_2)$ (thuộc đoạn thẳng CD) thì khoảng cách giữa hai con sóc này là nhỏ nhất. Gọi m và n là các số nguyên dương thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 + z_1^2 + z_2^2 = \frac{m}{n}$ (phân số tối giản). Tính tổng $m+n$; biết rằng $A(-1;2;1), B(3;-2;-11), C(5;-3;3), D(10;2;8)$.

Lời giải tham khảo

Ta có phương trình tham số của đường thẳng AB chứa S_1 là $\begin{cases} x = -1 + 4u \\ y = 2 - 4u \\ z = 1 - 12u \end{cases}$ với $u \in [0;1]$.

Ta có phương trình tham số của đường thẳng CD chứa S_2 là $\begin{cases} x = 5 + 5v \\ y = -3 + 5v \\ z = 3 + 5v \end{cases}$ với $v \in [0;1]$.

Ta có bình phương khoảng cách $S_1S_2^2 = (4u - 5v - 6)^2 + (-4u - 5v + 5)^2 + (-12u - 5v - 2)^2$.

Ta có để S_1S_2 đạt giá trị nhỏ nhất trên miền $u, v \in [0;1]$, ta tìm được $u = \frac{5}{44}$ và $v = 0$.

Suy ra tọa độ $S_1\left(-\frac{6}{11}; \frac{17}{11}; -\frac{4}{11}\right)$ và $S_2(5;-3;3)$.

Ta có $x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 + z_1^2 + z_2^2 = \frac{504}{11}$.

Suy ra phân số tối giản có $m = 504$, $n = 11$ và tổng $m + n = 515$.

Câu 6: [HTN] Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) = 0,8; P(B \mid \overline{A}) = 0,3; P(\overline{B} \mid A) = 0,6$. Tính $P(B)$. *(viết kết quả dưới dạng số thập phân)*

Lời giải tham khảo

Ta có gọi $\overline{A}$ và $\overline{B}$ lần lượt là các biến cố đối của A và B, ta tính được $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0,2$.

Ta có $P(B \mid A) = 1 - P(\overline{B} \mid A) = 0,4$.

Ta có theo công thức xác suất toàn phần, $P(B) = P(A)P(B \mid A) + P(\overline{A})P(B \mid \overline{A})$.

Suy ra $P(B) = 0,38$.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 03 ÔN GK 2 TOÁN 12

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
03	D	C	A	D	B	A	C	D	B	C	B	C

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.
- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
03	a)S- b)Đ - c)S - d)Đ	a)S - b)Đ - c)S - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
03	87	72	107	49	515	0,38

BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN
ĐỀ SỐ 04

BỘ ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ 2
Môn: **Toán 12**
Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: [HTN] Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{e^x-x}$, $y=0$, $x=1$, $x=2$ xung quanh trục Ox là

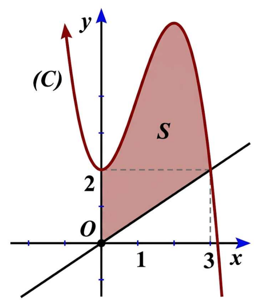
A. $\pi\left(e^2-e-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $e^2-e-\frac{5}{2}$. **C.** $\pi\left(e^2-e-\frac{5}{2}\right)$. **D.** $e^2-e-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích vật thể tròn xoay là $V=\pi\int_1^2\left(\sqrt{e^x-x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\left(e^2-e-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 2: [HTN] Cho hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S có hình phẳng được tô như trong hình.



A. $S=10$. **B.** $S=\frac{39}{4}$. **C.** $S=\frac{41}{4}$. **D.** $S=13$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua điểm $(0;0),(3;2)$ có phương trình là: $y=\frac{2}{3}x$.

$$\Rightarrow S=\int_0^3\left(-x^3+3x^2+2-\frac{2}{3}x\right)=\left(-\frac{x^4}{4}+x^3+2x-\frac{1}{3}x^2\right)\Bigg|_0^3=\frac{39}{4}.$$

Câu 3: [HTN] Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{4}=\frac{-y}{2}=\frac{z+2}{-6}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $u_2=(2;-1;3)$. **B.** $u_1=(-4;2;-6)$. **C.** $u_3=(-2;1;3)$. **D.** $u_4=(1;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $u_3=(-2;1;3)$.

Câu 4: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=25$. **B.** $x^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=25$.

C. $x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=5$. **D.** $x^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(0;-2;1\right)$ và bán kính $R=5$ nên $\left(S\right):x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=25$.

Câu 5: [HTN] Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x}$ là

A. $x+\ln x+C$. **B.** $x-\ln x+C$. **C.** $x+\ln|x|+C$. **D.** $x-\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x)dx=\int\frac{x-1}{x}dx=\int\left(1-\frac{1}{x}\right)dx=x-\ln|x|+C$$

Câu 6: [HTN] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\int_1^3 f(x)dx=26, \int_2^3 f(x)dx=19$. Giá trị của $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 45. **B.** -45. **C.** -7. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$$\int_1^2 f(x)dx=\int_1^3 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx=26-19=7$$

Câu 7: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-y-z+2=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}=(3;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;1;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;-1;-1)$.

Câu 8: [HTN] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(1)=-1, F(3)=21$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 22. **B.** 20. **C.** -21. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^3 f(x)dx=F(x)\Big|_1^3=F(3)-F(1)=21-(-1)=22$$

Câu 9: [HTN] Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3^x$, trục tung và các đường thẳng $y=1$, $x=2$ có diện tích là

A. $S=\int_1^2\left(3^x-1\right)dx$. **B.** $S=\int_1^2\left(1-3^x\right)dx$. **C.** $S=\int_0^2\left(3^x-1\right)dx$. **D.** $S=\int_0^2\left(1-3^x\right)dx$.

Lời giải

Chọn C

Vì $3^x\ge 1,\forall x\ge 0$ nên $S=\int_0^2\left|3^x-1\right|dx=\int_0^2\left(3^x-1\right)dx$

Câu 10: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-t\\z=2+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;-1;1)$. **B.** $\vec{v}=(-1;3;2)$. **C.** $\vec{a}=(-1;2;3)$. **D.** $\vec{b}=(-1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình tham số, ta thấy đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Câu 11: [HTN] Cho $f(x),g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[-1;2]$ thoả mãn $\int_{-1}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]dx=24$ và $\int_{-1}^{2}\left[2f(x)-3g(x)\right]dx=3$. Khi đó $\int_{-1}^{2}g(x)dx$ bằng

A. -15. **B.** 15. **C.** 9. **D.** -9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-2\int_{-1}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]dx+\int_{-1}^{2}\left[2f(x)-3g(x)\right]dx=-5\int_{-1}^{2}g(x)dx=-2.24+3=-45$.

Suy ra $\int_{-1}^{2}g(x)dx=9$

Câu 12: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+2=0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $a=-1;b=2;c=1;d=2$ nên $a^2+b^2+c^2-d=(-1)^2+2^2+1^2-2=4>0$.

Do đó (S) là mặt cầu có bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: [HTN] Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x\le 1\\4-x^2 & \text{khi } x>1.\end{cases}$

a) $\int f(x)dx=x^2+x+C$ với $\forall x\in(-\infty;1)$.

b) $\int_{0}^{2}f(x)dx=\dfrac{11}{3}$.

c)Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=2,x=3$ bằng 6.

d)Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $2x-4y+1=0$. Quay hình phẳng (D) quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích $V\approx 22$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải tham khảo

Với $x\in(-\infty;1)\Rightarrow f(x)=2x+1\Rightarrow\int f(x)dx=\int(2x+1)dx=x^2+x+C$.

Do đó ý a)đúng

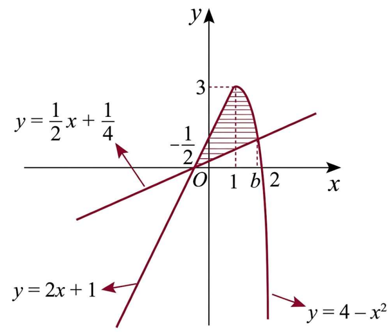
$\int_{0}^{2}f(x)dx=\int_{0}^{1}(2x+1)dx+\int_{0}^{2}\left(4-x^2\right)dx=\dfrac{11}{3}$.

Do đó ý b)đúng

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=2,x=3$ là $\int_2^3|f(x)|\,dx=\int_2^3\left|4-x^2\right|dx=\dfrac{7}{3}$.

Do đó ý c)sai

Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $2x-4y+1=0$ (phần gạch sọc trên hình vẽ).



Trong đó $b=\dfrac{-1+\sqrt{61}}{4}$ là nghiệm dương của phương trình $4-x^2=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}$.

Quay hình phẳng (D) quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích

$$V=\pi\int_{-\frac{1}{2}}^{1}\left[(2x+1)^2-\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)^2\right]dx+\pi\int_1^b\left[\left(4-x^2\right)^2-\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)^2\right]dx\approx 22$$

Do đó ý d)đúng

Câu 2: [HTN] Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 1 m, một flycam bay với vận tốc có độ lớn và hướng không đổi. Tại thời điểm $t=0$, flycam ở vị trí $A(1;2;3)$ và sau 10 phút nó ở vị trí $B(21;32;33)$.

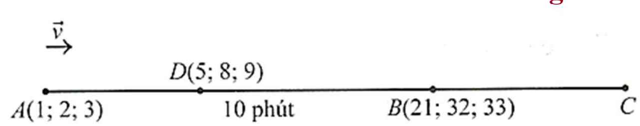
a)Flycam không bay qua vị trí $D(5;8;9)$.

b)Vectơ vận tốc của flycam là $\vec{v}=(20;30;30)$.

c)Tốc độ (làm tròn đến hàng phần trăm) của flycam là $0,08\,m/s$.

d)Sau 15 phút, vị trí của flycam là $C(31;47;48)$.

Lời giải tham khảo



a)Ta có $\overrightarrow{AB}=(20;30;30);\overrightarrow{AD}=(4;6;6)$.

Vì $\dfrac{20}{4}=\dfrac{30}{6}=\dfrac{30}{6}$ nên $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}$ cùng phương, suy ra 3 điểm A,B,D thẳng hàng.

Do đó flycam bay qua vị trí $D(5;8;9)$.

Do đó ý a)Sai

b)Vì flycam bay với hướng không đổi từ vị trí $A(1;2;3)$ và sau 10 phút đến vị trí $B(21;32;33)$ nên $\overrightarrow{AB}=10\vec{v}$, suy ra $\vec{v}=\dfrac{\overrightarrow{AB}}{10}=(2;3;3)$.

Do đó ý b)sai

c)Độ lớn của vận tốc flycam là $|\vec{v}|=\sqrt{2^2+3^2+3^2}=\sqrt{22}(m/\text{ phút })\approx 0,08(m/s)$.

Do đó ý c)đúng

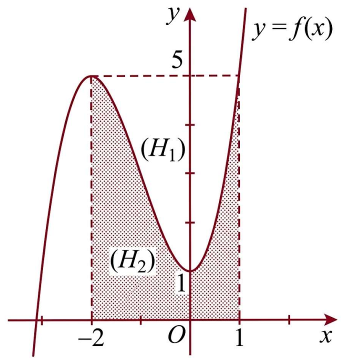
d)Tại thời điểm $t = 0$, flycam ở vị trí A và sau 15 phút flycam ở vị trí $C\left(x_C; y_C; z_C\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = 15\vec{v} \Leftrightarrow \left(x_C - 1; y_C - 2; z_C - 3\right) = 15(2;3;3) \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 31 \\ y_C = 47 \\ z_C = 48 \end{cases}$

Vậy $C(31;47;48)$.

Do đó ý d)đúng

Câu 3: [HTN] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên:



a)Hàm số $y = f(x) + 100$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2;1]$ là 101.

b) $a + b + c + d = 5$.

c)Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;5)$ là $y = 9x - 4$.

d)Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hình $\left(H_1\right), \left(H_2\right)$. Khi đó $S_1 = S_2$.

Lời giải tham khảo

a)Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có

$\min_{[-2;1]} f(x) = 1 \Rightarrow \min_{[-2;1]}[f(x) + 100] = \min_{[-2;1]} f(x) + 100 = 101$

Do đó ý a)đúng

b)Do đồ thị hàm số đi qua điểm $N(0;1)$ nên ta có $d = 1$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số $y = f(x)$ có cực trị tại $x = 0$ nên $c = 0$.

Lại có đồ thị hàm số đđi qua điểm $M(-2;5)$ và hàm số $y = f(x)$ có cực trị tại $x = -2$ (suy ra $y'(-2) = 0$) nên ta có:

$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 5 \\ 12a - 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8a + 4b = 4 \\ 12a - 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$

Vậy $a + b + c + d = 5$.

Do đó ý b)đúng

c)Xét hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có $y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow y'(1) = 9$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;5)$ là đường thẳng $d: y = 9(x - 1) + 5$ hay $d: y = 9x - 4$.

Do đó ý c)đúng

d) $\left(H_1\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 5$.

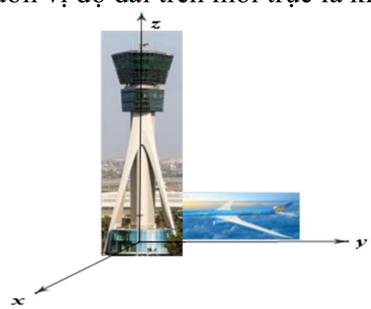
Suy ra $S_1 = \int_{-2}^{1} \left|5 - \left(x^3 + 3x^2 + 1\right)\right| dx = \dfrac{27}{4}$

$\left(H_2\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -2, x = 1$.

Suy ra $S_2 = \int_{-2}^{1} \left|x^3 + 3x^2 + 1\right| dx = \dfrac{33}{4}$. Vậy $S_1 < S_2$.

Do đó ý d)sai

Câu 4: [HTN] Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 100 m sử dụng ra đa có phạm vi theo dõi 600 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên *(Hình bên)* (đơn vị độ dài trên mỗi trục là kilômét).



Một máy bay tại vị trí F cách mặt đất 12 km, cách 400 km về phía tây và 300 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Từ vị trí F, máy bay bay với tốc độ $900 km/h$, theo hướng của vecto $\vec{a}(3;4;0)$ sau một giờ đến vị trí A.

a)Tọa độ của ra đa đặt trên tháp $(0;0;0,1)$.

b)Vị trí F nằm trong phạm vi kiểm soát của ra đa.

c)Vị trí A có tọa độ $A(940;420;12)$.

d)Trong khoảng thời gian một giờ máy bay bay từ vị trí F đến vị trí A, máy bay có không quá 21 phút bay trong phạm vi theo dõi của của ra đa.

Lời giải tham khảo

a)Vị trí đặt ra đa nằm trên trục Oz và cách gốc O một khoảng $100m = 0,1km$. **Do đó ý a)đúng**

b)Từ giả thiết ta có $F(400;-300;12)$

Gọi H là hình chiếu của F trên trục Oz, ta có $H(0;0;12)$. Khi đó $FH = \sqrt{(-400)^2 + 300^2} = 500 < 600$

Do đó ý b)đúng

c)Từ vị trí F, máy bay bay theo hướng của vecto $\vec{a}(3;4;0)$ tới $A \Rightarrow \overrightarrow{FA} = k\vec{a}, k > 0$. Từ đó. $\overrightarrow{FA} = (3k;4k;0) \Rightarrow FA = 5k = 900\ hay\ k = 180$. Vậy $A(940;420;12)$. **Do đó ý c)sai**

d)Giả sử máy bay bay từ vị trí F đến vị trí B, với B là vị trí cuối cùng để máy bay vẫn nằm trong phạm vi theo dõi của ra đ**A.**

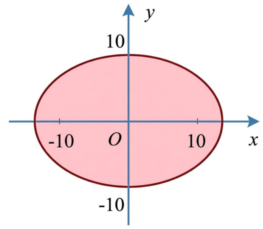
Ta có $\overrightarrow{FB} = m\vec{a}, m > 0 \Rightarrow B(3m + 400; 4m - 300; 12)$. Gọi H là hình chiếu của B trên trục Oz.

Khi đó $BH = 600 \Leftrightarrow m = 20\sqrt{11}$. Do đó $FB = 100\sqrt{11}$ hay thời gian bay từ vị trí F đến vị trí B là $\dfrac{100\sqrt{11}}{900}.60 = 22,11$ (phút).

Do đó ý d)sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: [HTN] Bổ ngang một quả dưa hấu, ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28 cm, trục nhỏ 20 cm. Biết rằng ước tính cứ $500 cm^3$ dưa hấu sẽ làm được một cốc sinh tố giá 20000 đồng. Từ quả dưa hấu trên có thể thu được x (đơn vị: nghìn đồng) từ việc bán sinh tố. Tính giá trị của x (làm tròn đến hàng đơn vị của nghìn đồng). Giả sử bề dày vỏ dưa không đáng kể.



Lời giải tham khảo

Trả lời: 220

Đường elip có:

- Trục lớn bằng $28cm \Rightarrow 2a = 28 \Rightarrow a = 14$;
- Trục nhỏ bằng $20cm \Rightarrow 2b = 20 \Rightarrow b = 10$.

Khi đó, phương trình elip là $\frac{x^2}{14^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1 \Rightarrow y^2 = 10^2 \cdot \left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) \Leftrightarrow y = \pm 10 \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}$

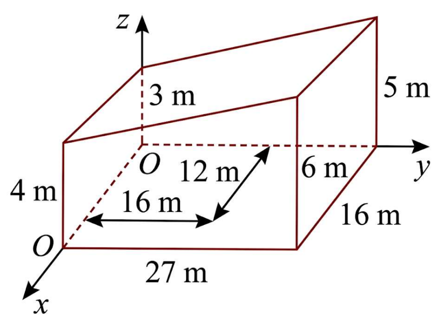
Thể tích của quả dưa hấu bằng thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi phần nửa trên trục tung của elip qua Ox.

Do đó, thể tích của quả dưa hấu là $V = \pi \int_{-14}^{14} \left(10\sqrt{1 - \frac{x^2}{14^2}}\right)^2 dx = 100\pi \int_{-14}^{14} \left(1 - \frac{x^2}{14^2}\right) dx = \frac{5600\pi}{3} \left(cm^3\right)$

Mà $\frac{5600\pi}{3} \cdot \frac{1}{500} \approx 11,7$ vì số cốc nước cho nên ko được lấy số lẻ, do đó ta chọn 11

Vậy số tiền bán nước là 220000 (nghìn đồng)

Câu 2: [HTN] Để chuẩn bị cho ngày hội thao, người ta dựng bốn chiếc cột tại bốn góc của một sân bóng hình chữ nhật với kích thước $16m \times 27m$. Bốn chiếc cột vuông góc với mặt sân và có chiều cao lần lượt là $3m, 4m, 6m$ và 5 m (hình bên).



Một tấm bạt lớn được căng với bốn góc cố định vào đầu của bốn chiếc cột. Chiếc cột thứ năm được dựng vuông góc với mặt sân tại điểm cách hai cạnh kề của sân lần lượt là 12 m và 16 m (xem hình). Hỏi chiều cao tối đa của chiếc cột đó là bao nhiêu mét để cột không bị vướng vào tấm bạt (bỏ qua độ võng và bề dày của tấm bạt)? Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải tham khảo

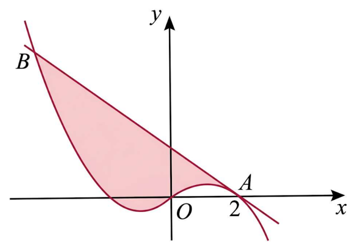
Chọn hệ trục tọa độ như trong hình vẽ của đề bài. Gọi M là vị trí của chân cột thứ năm thì $M(12;16;0)$. Giả sử cột thứ năm đạt chiều cao tối đa theo giả thiết. Gọi N là đầu còn lại của cột thứ năm khi đó. Suy ra MN vuông góc với mặt phẳng (Oxy) và N thuộc mặt phẳng căng bởi tấm bạt.

Vì $MN \perp (Oxy)$ nên $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{k} = (0;0;1)$, suy ra toạ độ của N có dạng $(12;16;t)$.

Mặt phẳng căng bởi tấm bạt đi qua ba điểm $(0;0;3),(16;0;4)$ và $(0;27;5)$ nên có phương trình là $27x+32y-432z+1296=0$. Để N thuộc mặt phẳng đó thì $27.12+32.16-432t+1296=0$, suy ra $t=\dfrac{533}{108}=4{,}9$.

Vậy chiều cao tối đa của chiếc cột thứ năm là 4,9 mét.

Câu 3: [HTN] Hình bên minh hoạ một con dao với phần lưỡi dao được cho bởi một phần của đồ thị hàm số $y=4x-x^3(x,y$ đo bằng centimét), phần sống dao AB nằm trên tiếp tuyến của đồ thị nói trên tại điểm $A(2;0)$ và B là giao điểm của tiếp tuyến với đồ thị. Tính diện tích của bề mặt dao theo centimét vuông. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Lời giải tham khảo

Trả lời: 108.

Ta có $y'=4-3x^2$, suy ra $y'(2)=-8$. Phương trình tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số là $y-0=-8(x-2)$, hay $y=-8x+16$.

Hoành độ của B là nghiệm (âm) của phương trình $4x-x^3=-8x+16$ hay $(x-2)^2(x+4)=0$. Do đó $B(-4;48)$.

Diện tích của bề mặt dao bằng $\int_{-4}^{2}\left|(-8x+16)-\left(4x-x^3\right)\right|dx=108\left(m^2\right)$.

Câu 4: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có toạ độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150),B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, toạ độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $-3a-b-c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải tham khảo

Trả lời: -11.

Vectơ $\overrightarrow{AB}=(300;50;-50)$ nên $\vec{u}=(6;1;-1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Phương trình đường thẳng AB là: $\dfrac{x+500}{6}=\dfrac{y+250}{1}=\dfrac{z-150}{-1}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát.

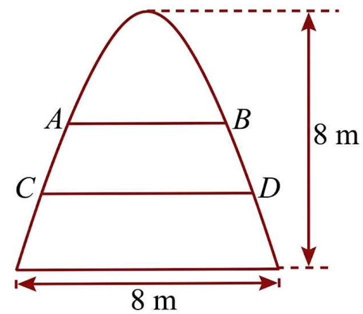
Khi đó, $H(6t-500;t-250;-t+150)$.

Ta có: $\overrightarrow{OH}\cdot\vec{u}=(6t-500)\cdot6+t-250+(-t+150).(-1)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{3400}{38}$.

Suy ra toạ độ của vị trí máy bay khi đó là $\left(\dfrac{700}{19};\dfrac{-3025}{19};\dfrac{1150}{19}\right)$.

Vậy $-3a-b-c=-11$.

Câu 5: [HTN] Một cổng có dạng hình parabol với chiều cao $8m$, chiều rộng chân đế $8m$ (Hình). Người ta căng hai sợi dây trang trí AB,CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\dfrac{CD}{AB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Lời giải tham khảo

Trả lời: 1,26.

Gắn hệ trục toạ độ Oxy vào cổng parabol như hình bên với trục Oy trùng với đường đối xứng của parabol, gốc O nằm ở đỉnh của parabol, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khi đó, phương trình parabol có dạng $y=ax^2$.

Vì parabol đi qua điểm có toạ độ $(-4;-8)$ nên $a=-\dfrac{1}{2}$. Suy ra phương trình parabol là $y=-\dfrac{1}{2}x^2$.

Giả sử B có hoành độ x_1, D có hoành độ x_2. Khi đó, phương trình đường thẳng AB là $y=-\dfrac{1}{2}x_1^2$, phương trình đường thẳng CD là $y=-\dfrac{1}{2}x_2^2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng AB là:

$$S_1=2\int_0^{x_1}\left[-\frac{1}{2}x^2-\left(-\frac{1}{2}x_1^2\right)\right]dx=2\left(-\frac{x^3}{6}+\frac{x_1^2}{2}x\right)\Bigg|_0^{x_1}=\frac{2}{3}x_1^3\left(m^2\right).$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng CD là:

$$S_2=2\int_0^{x_2}\left[-\frac{1}{2}x^2-\left(-\frac{1}{2}x_2^2\right)\right]dx=2\left(-\frac{x^3}{6}+\frac{x_2^2}{2}x\right)\Bigg|_0^{x_2}=\frac{2}{3}x_2^3\left(m^2\right).$$

Theo giả thiết, ta có: $S_2=2S_1 \Leftrightarrow x_2^3=2x_1^3 \Leftrightarrow \dfrac{x_2}{x_1}=\sqrt[3]{2}\approx 1,26$.

Khi đó, $\dfrac{CD}{AB}=\dfrac{2x_2}{2x_1}\approx 1,26$.

Câu 6: [HTN] Có hai hộp bút, hộp thứ nhất đựng 5 chiếc bút đỏ và 4 chiếc bút xanh, hộp thứ hai đựng 4 chiếc bút đỏ và 6 chiếc bút xanh, tất cả những chiếc bút đều có cùng hình dạng, kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp thứ hai. Tính xác suất để chiếc bút lấy ra từ hộp thứ hai là chiếc bút chuyển từ hộp thứ nhất sang, biết rằng chiếc bút đó có màu xanh.

Lời giải tham khảo

Trả lời: 0,07.

Gọi A là biến cố "Chiếc bút lấy từ hộp thứ hai là chiếc bút chuyển từ hộp thứ nhất sang". Gọi B là biến cố "Chiếc bút lấy từ hộp thứ hai có màu xanh".

Ta cần tính $P(A \mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$.

Chú ý rằng $A\cap B$ là biến cố "Chiếc bút lấy từ hộp thứ hai có màu xanh và được chuyển từ hộp thứ nhất sang". Vì xác suất để chiếc bút chuyển từ hộp thứ nhất sang có màu xanh là $\dfrac{4}{9}$ và xác suất để chiếc bút đó được chọn (trong tổng số 11 chiếc bút ở hộp thứ hai) là $\dfrac{1}{11}$ nên $P(A\cap B)=\dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{1}{11}=\dfrac{4}{99}$.

Để tính $P(B)$ ta lập luận như sau: nếu chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang có màu xanh (với xác suất là $\dfrac{4}{9}$) thì khi đó xác suất để chiếc bút được chọn từ hộp thứ hai có màu xanh là $\dfrac{7}{11}$; nếu chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang có màu đỏ (với xác suất là $\dfrac{5}{9}$) thì khi đó xác suất để chiếc bút được chọn từ hộp thứ hai có màu xanh là $\dfrac{6}{11}$; suy ra $P(B)=\dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{7}{11}+\dfrac{5}{9}\cdot\dfrac{6}{11}=\dfrac{58}{99}$. Vậy $P(A \mid B)=\dfrac{4}{99}:\dfrac{58}{99}=0{,}07$.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 04 ÔN GK 2 TOÁN 12

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
03	A	B	C	A	D	D	A	A	C	A	C	C

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.
- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
03	a)Đ- b)Đ - c)S - d)Đ	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ- b)Đ - c)S - d)S

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
03	220	4,9	108	-11	1,26	0,07

BỘ ĐỀ THỰC CHIẾN
ĐỀ SỐ 05

BỘ ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ 2
Môn: **Toán 12**
Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: [HTN] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 7$. Khi đó $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 9. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\int\limits_1^3 f\left(x\right)dx = \int\limits_1^0 f\left(x\right)dx + \int\limits_0^3 f\left(x\right)dx = -2 + 7 = 5$

Câu 2: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x - y - 2z + 3 = 0$.. **B.** $x - y + 2z - 3 = 0$..
C. $x - y + 2z + 3 = 0$.. **D.** $x + y + 2z + 3 = 0$..

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;2)$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là: $1\left(x-1\right) - 1\left(y-0\right) + 2\left(z+2\right) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z + 3 = 0$

Câu 3: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;-1;2)$ và $N(1;3;4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$.. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{2}$..
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{2}$.. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN đi qua điểm $M\left(-1;-1;2\right)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = \left(2;4;2\right)$ làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của đường thẳng MN là: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$

Câu 4: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;4)$ lên trục Oy là điểm nào?

A. $M_1(-2;0;0)$.. **B.** $M_2(0;3;0)$.. **C.** $M_3(0;0;4)$.. **D.** $M_4(-2;0;4)$..

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;4)$ lên trục Oy là điểm $M_2(0;3;0)$.

Câu 5: [HTN] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **C.** $\pi\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 6: [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n} = (3;0;2)$. **B.** $\vec{n} = (3;-1;0)$. **C.** $\vec{n} = (3;-1;2)$. **D.** $\vec{n} = (3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3;0;-1)$.

Câu 7: [HTN] Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) - 2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) - 2\right]\mathrm{d}x = \int_0^2 \frac{1}{2}f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 2\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.4 - 4 = -2.$$

Câu 8: [HTN] Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 + 1$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox được tính theo công thức:

A. $\pi\int_a^b (2x^2+1)\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_a^b (2x^2+1)^2\mathrm{d}x$. **C.** $\int_a^b (2x^2+1)^2\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b (2x^2+1)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **B.** $x - 2y + z = 0$.

C. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Vì $\Delta // BC$ nên một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (-2;1;1)$

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua A có vecto chỉ phương $\vec{u}=\left(-2;1;1\right)$ là

$\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{1}$

Câu 10: [HTN] Xét hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình $\left(H\right)$ quanh trục Ox.

A. 33. **B.** $\frac{33}{5}$. **C.** $\frac{33\pi}{5}$. **D.** 33π.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} x=3 \\ Oy: x=0 \\ Ox: y=0 \\ y=x^2-4x+4 \end{cases}$ nên thể tích tròn xoay là: $V=\pi\int\limits_0^3\left(x^2-4x+4\right)^2\mathrm{d}x=\frac{33\pi}{5}$.

Câu 11: [HTN] Cho $\int\limits_0^2\left[f\left(x\right)-3x^2\right]\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 12. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$\int\limits_0^2\left[f\left(x\right)-3x^2\right]\mathrm{d}x=4\Leftrightarrow\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-3\int\limits_0^2 x^2\mathrm{d}x=4$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-x^3\Big|_0^2=4\Leftrightarrow\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-8=4\Leftrightarrow\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=12$.

Câu 12: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+z-5=0$?

A. $M\left(1;-1;0\right)$. **B.** $N\left(1;-1;2\right)$. **C.** $P\left(1;-1;4\right)$. **D.** $Q\left(1;-1;3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $N\left(1;-1;2\right)$ vào phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ ta được: $2.1-1\left(-1\right)+2-5=0$ (đúng).

Vậy điểm N thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: [HTN] Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức

$P'\left(x\right)=-0{,}0008x+10{,}4$. Ở đây $P\left(x\right)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

b) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

c) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P\left(x\right)=-0{,}0008x^2+10{,}4x$.

d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là $51{,}79$ triệu đồng.

Lời giải tham khảo

a) Ta có lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là $\int_0^{50} P'\left(x\right)dx = \int_0^{50}\left(-0,0008x+10,4\right)dx = 519$ (triệu đồng)

Chọn Đúng.

b) Ta gọi lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm là $P\left(a\right)$

$$P\left(a\right) = \int_{50}^{a} P'\left(x\right)dx = \int_{50}^{a}\left(-0,0008x+10,4\right)dx = = \left[-\frac{0,0008}{2}x^2+10,4x\right]_{50}^{a}$$

$$= -\frac{1}{2500}a^2+10,4a-519.$$

Ta có $P\left(a\right) > 517 \Leftrightarrow -\frac{1}{2500}a^2+10,4a-1036>0 \Leftrightarrow 100<a<25900$

Chọn Sai.

c) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính

$$P\left(x\right) = \int P'\left(x\right)dx = -\frac{0,0008}{2}x^2+10,4x+C$$

Chọn $x=0$ **thì** $P\left(0\right)=0$ **nên ta có** $C=0$

Vậy lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức

$$P\left(x\right) = -\frac{0,0008}{2}x^2+10,4x.$$

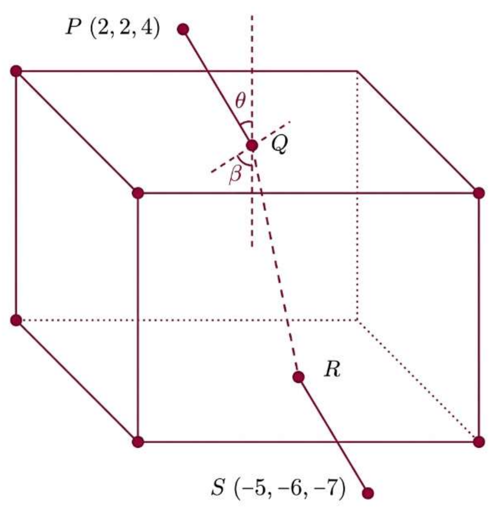
Chọn Sai.

d) Ta có $\int_{50}^{55} P'\left(x\right)dx = \int_{50}^{55}\left(-0,0008x+10,4\right)dx = 51,79$ nên sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là $51,79$ triệu đồng.

Chọn Đúng.

Câu 2: [HTN] Một tia sáng truyền từ không khí vào một vật liệu chế tạo thành khối lăng kính hình hộp chữ nhật. Tia sáng được phát theo hướng $\vec{u}\left(-2;-3;-6\right)$ từ nguồn sáng tại điểm $P(2,2,4)$. Khối lăng kính được đặt sao cho tia sáng đi qua lăng kính, nhận tại điểm Q và ló ra tại điểm R, rồi được thu bởi một cảm biến tại điểm $S(-5,-6,-7)$.

Góc nhọn giữa PQ và pháp tuyến của mặt trên lăng kính tại Q là θ, và góc nhọn giữa QR và cùng một pháp tuyến đó là β (xem hình bên).



Cho biết mặt trên của lăng kính là một phần của mặt phẳng $x+y+z=1$ và đáy của lăng kính là một phần của mặt phẳng $x+y+z=-9$

Ngoài ra, tia sáng trên đoạn PQ song song với tia sáng trên đoạn RS, và bốn điểm P,Q,R,S nằm trong cùng một mặt phẳng.

a) $QR = \frac{5\sqrt{170}}{11}$

b) $\cos\theta < \cos\beta$.

c) Độ dày của lăng kính đo theo phương pháp tuyến tại Q bằng $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

d) Định luật khúc xạ (Snell) cho biết $\sin\theta = k\sin\beta$ trong đó k là hằng số khúc xạ của vật liệu. Từ đó suy ra hằng số khúc xạ của vật liệu làm lăng kính này là $\dfrac{\sqrt{170}}{7}$

Lời giải tham khảo

a) Đúng. Tìm tọa độ Q và R

Do $\overrightarrow{PQ} // \vec{u}$, ta có phương trình tham số đường thẳng $PQ:\begin{cases} x = 2-2t \\ y = 2-3t, \ (t\in\mathbb{R}): \\ z = 4-6t \end{cases}$

Vì Q thuộc mặt phẳng $x+y+z=1$, nên $(2-2t)+(2-3t)+(4-6t)=1 \Rightarrow 8-11t=1 \Rightarrow t=\dfrac{7}{11}$.

Suy ra $Q=\left(\dfrac{8}{11},\dfrac{1}{11},\dfrac{2}{11}\right)$.

Tương tự, vì $\overrightarrow{RS} // \overrightarrow{PQ}$, ta viết phương trình tham số $RS:\begin{cases} x=-5-2r \\ y=-6-3r, \ (r\in\mathbb{R}) \\ z=-7-6r \end{cases}$

Vì R thuộc mặt phẳng $x+y+z=-9$, nên $(-5-2r)+(-6-3r)+(-7-6r)=-9 \Rightarrow -18-11r=-9 \Rightarrow r=-\dfrac{9}{11}$.

Suy ra $R=\left(-\dfrac{37}{11},-\dfrac{39}{11},-\dfrac{23}{11}\right)$.

Suy ra $QR=\dfrac{5\sqrt{170}}{11}$

b) Sai. Tính $\cos\theta$ và $\cos\beta$

- Pháp tuyến mặt trên lăng kính: $\vec{n}=(1,1,1)$.
- Hướng tia tới: $\vec{u}=(-2,-3,-6)$.
- Hướng tia trong lăng kính: $\vec{t}=(9,8,5)$

Do các góc θ,β là góc nhọn, ta lấy giá trị tuyệt đối trong tích vô hướng:

$$\cos\theta=\frac{\left|\vec{u}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{|(-2)+(-3)+(-6)|}{7\sqrt{3}}=\frac{11}{7\sqrt{3}},\cos\beta=\frac{\left|\vec{t}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{t}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{9+8+5}{\sqrt{9^2+8^2+5^2}.\sqrt{3}}=\frac{22}{\sqrt{510}}.$$

c) Đúng. Độ dày của lăng kính theo phương pháp tuyến

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $\pi_1: x+y+z=1, \quad \pi_2: x+y+z=-9$

Là $d=\dfrac{|1-(-9)|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{3}}=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$.

d) Hệ số khúc xạ k

Theo định luật Snell: $\sin\theta=k\sin\beta$.

Ta có $\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \sqrt{1-\frac{121}{147}} = \frac{\sqrt{26}}{7\sqrt{3}}$, $\sin\beta = \sqrt{1-\frac{484}{510}} = \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{510}}$

Vậy $k = \frac{\sin\theta}{\sin\beta} = \frac{\frac{\sqrt{26}}{7\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{26}}{\sqrt{510}}} = \frac{\sqrt{510}}{7\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{170}}{7}$

Câu 3: [HTN] Các kỹ sư điện đang tiến hành lắp đặt cáp điện tại một công trường xây dựng. Tọa độ các điểm $(x;y;z)$ được xác định tương đối so với trạm chuyển mạch chính đặt tại gốc tọa độ $(0;0;0)$, đơn vị là mét. Các đoạn cáp được lắp đặt theo các đường thẳng và coi như không có bề rộng.

Một đoạn cáp đã có sẵn, ký hiệu là C, bắt đầu từ trạm chuyển mạch chính và có véc-tơ chỉ phương là: $\vec{u}(3;1;-2)$

Một đoạn cáp mới được lắp đặt, đi qua hai điểm: $P(1;2;-1)$; $Q(5;7;a)$

a) $C:\begin{cases}x=3t\\y=t\\z=-2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ là phương trình đường thẳng chứa C

b) Khi $a=-\frac{23}{5}$ thì đường cáp mới được lắp đặt, sẽ giao nhau với C

c) Để đảm bảo hai đoạn cáp không giao nhau, các kỹ sư đã chọn $a=-3$.
Giờ đây, họ muốn nối mỗi điểm P và Q với một điểm R nằm trên C. Các kỹ sư muốn giảm độ dài cáp cần thiết và cho rằng để làm được điều đó thì góc $\widehat{PRQ}=90^\circ$.

d) Các kỹ sư phát hiện khu vực giữa P và R có địa hình rất khó thi công.
Do đó, họ quyết định giảm độ dài đoạn PR xuống mức nhỏ nhất, khi đó độ dài PR là 1,58m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải tham khảo

a) Đúng. Đường cáp hiện có là đường thẳng: $\begin{cases}x=3t\\y=t\\z=-2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$

b) Sai. Đường cáp mới là đường thẳng: $\begin{cases}x=1+4s\\y=2+5s\\z=-1+(a+1)s\end{cases}\quad(s\in\mathbb{R})$

Hai đường cáp giao nhau khi và chỉ khi tồn tại một cặp số thực $(t_0;s_0)$ thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases}3t=1+4s\\t=2+5s\\-2t=-1+(a+1)s\end{cases}$. Giải hệ ta được: $\begin{cases}t_0=-\frac{3}{11}\\s_0=-\frac{5}{11}\\a=-\frac{22}{5}\end{cases}$

Vậy hai đường cáp giao nhau khi và chỉ khi $a=-\frac{22}{5}$

c)Sai. Gọi R là một điểm trên đường cáp hiện tại, tức là: $R=(3t;t;-2t)$

Góc $\widehat{PRQ}=90^\circ$ khi và chỉ khi: $\overrightarrow{PR}\perp\overrightarrow{QR}\Rightarrow\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{QR}=0$

Tính các véc-tơ:

$\overrightarrow{PR}=(3t-1;t-2;-2t+1)$

$\overrightarrow{QR}=(3t-5;t-7;-2t+3)$

Tính tích vô hướng: $\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{QR}=(3t-1)(3t-5)+(t-2)(t-7)+(-2t+1)(-2t+3)$

$=9t^2-15t-3t+5+t^2-7t-2t+14+4t^2-6t-2t+3=14t^2-35t+22$

Xét biểu thức $f(t)=14t^2-35t+22>0,(t\in\mathbb{R})$

Do đó không thể tồn tại điểm R sao cho $\widehat{PRQ}=90^\circ$

d)Đúng. Tìm điểm R trên đường cáp sao cho đoạn PR ngắn nhất

Gọi: $R=(3t;t;-2t)\Rightarrow\overrightarrow{PR}=(3t-1;t-2;-2t+1)$

Độ dài:

$|\overrightarrow{PR}|=\sqrt{(3t-1)^2+(t-2)^2+(-2t+1)^2}=\sqrt{9t^2-6t+1+t^2-4t+4+4t^2-4t+1}=\sqrt{14t^2-14t+6}$

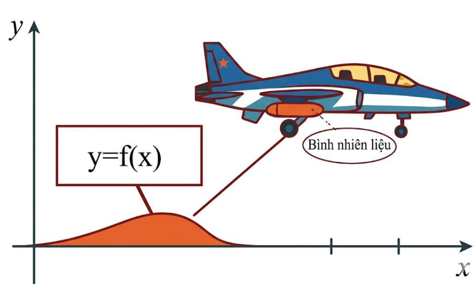
Hàm đạt giá trị nhỏ nhất tại: $t=\dfrac{-(-14)}{2\cdot14}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow R=\left(3\cdot\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-2\cdot\dfrac{1}{2}\right)=(1,5;0,5;-1)$

Độ dài nhỏ nhất: $|\overrightarrow{PR}|=\sqrt{14\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-14\cdot\dfrac{1}{2}+6}=\sqrt{3,5-7+6}=\sqrt{2,5}$

Tọa độ điểm R: $(1,5;0,5;-1)$

Độ dài nhỏ nhất: $\sqrt{2,5}$

Câu 4: [HTN] Một bình nhiên liệu trên cánh máy bay phản lực được mô hình hóa bằng cách quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{3}{5}x^2\sqrt{2-ax}\,(a\in\mathbb{R})$ và trục Ox quanh trục hoành, trong đó x và y được đo bằng mét (xem hình vẽ). Biết rằng chiếc máy bay đó có 4 bình chứa nhiên liệu như nhau và được đổ đầy trước khi bay. Giả sử tốc độ tiêu hao nhiên liệu trên máy bay được mô phỏng bằng hàm số $h'(t)=-3t^2+120t+2000$ lít/giờ (t tính theo giờ, $0\le t\le 6$).



a)Giá trị $a=2$.

b)Thể tích của nhiên liệu (lít) trên mỗi cánh máy bay được xác định bởi công thức $V=\pi\int_0^2 f^2(x)\,dx$

c)Máy bay đó có thể chứa tối đa 9650 lít nhiên liệu (làm tròn đến hàng đơn vị).

d)Máy bay đó tiêu hao hết 90% năng lượng sau 3,91 giờ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải tham khảo

a)Sai.

Ta có: $y(2)=0\Leftrightarrow\dfrac{3}{5}\cdot2^2\sqrt{2-a.2}=0\Leftrightarrow\sqrt{2-a.2}=0\Leftrightarrow2-2a=0\Leftrightarrow a=1$.

$f\left(x\right)=\frac{3}{5}x^2\sqrt{2-x}\left(m\right)$.

b)Sai.

Thể tích của nhiên liệu trên mỗi bình nhiên liệu được xác định bởi công thức $V=\pi\int_0^2 f^2\left(x\right)\mathrm{d}x\left(m^3\right)$.

c)Đúng.

Thể tích của nhiên liệu trên mỗi bình nhiên liệu bằng:

$$V_{1b}=\pi\int_0^2 f^2\left(x\right)\mathrm{d}x=\pi\int_0^2\left(\frac{3}{5}x^2\sqrt{2-x}\right)\mathrm{d}x=\frac{96\pi}{125}\left(m^3\right).$$

Thể tích của 4 bình nhiên liệu bằng:

$V_{4b}=4.\frac{96\pi}{125}=\frac{384\pi}{125}\left(m^3\right)=3072\pi\left(l\right)\approx 9650,9\left(l\right)$ nhưng vì tính làm tròn hàng đơn vị, nếu ta làm tròn thì sẽ là 9651 lít, với số này thì vượt qua bình có thể chứa, cho nên chỉ chứa 9650 lít tối đa (làm tròn hàng đơn vị)

d)Đúng.

Tốc độ tiêu hao nhiên liệu trên máy bay được mô phỏng bằng hàm số $h'\left(t\right)=-3t^2+120t+2000$ lít/giờ.

$$V_{tt}=0,9.V_{4b}=0,9.3072\pi=\frac{13824}{5}\pi\left(l\right).$$

Gọi m là thời gian máy bay đó sẽ tiêu hao hết 90 năng lượng, khi đó: $\int_0^m h'\left(t\right)dt=\frac{13824\pi}{5}$

$$\Leftrightarrow\int_0^m\left(-3t^2+120t+2000\right)dt=\frac{13824\pi}{5}\Leftrightarrow -t^3+60t^2+2000t\Big|_0^m=\frac{13824\pi}{5}$$

$$\Leftrightarrow -m^3+60m^2+2000m=\frac{13824\pi}{5}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}t\approx 82,87\left(l\right)\\ t\approx 3,91\\ t\approx -26,78\left(l\right)\end{array}\right.\\ 0\le t\le 6\end{cases}\Leftrightarrow t\approx 3,91.$$

Vậy máy bay đó sẽ tiêu hao hết 90 năng lượng sau 3,91 giờ bay.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: [HTN] Một công viên sinh thái muốn bố trí một mảnh vườn hoa nhỏ. Cụ thể bối cảnh của công viên đã được đo đạt như sau:

Đường đi lát gạch chạy thẳng, lấy làm ranh dưới của mảnh vườn.

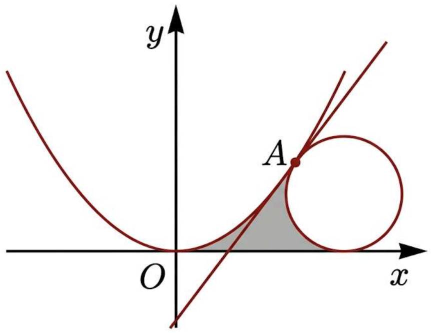
Hàng rào uốn cong là đồ thị parabol $y=\frac{1}{2}x^2$, biết đồ thị parabol này tiếp xúc với đường đi tại tọa độ đỉnh của nó.

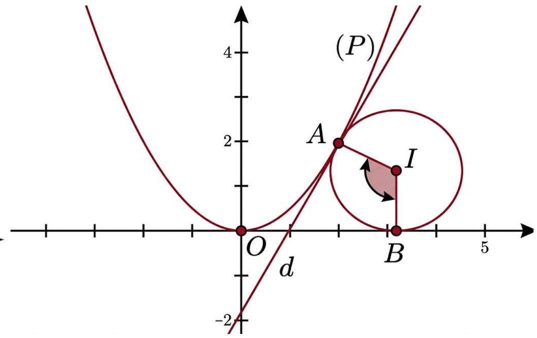
Ao cá là đường tròn có bán kính bằng $1\,\text{m}$ tiếp xúc với đường đi đồng thời có chung một điểm duy nhất với hàng rào. Khu vực mảnh vườn hoa nằm giữa hàng rào, lối đi và ao cá (màu xanh trong hình minh họa). Để hỗ trợ cho việc chuẩn bị vật tư trang trí, hãy tính diện tích mảnh vườn hoa đó bằng bao nhiêu mét vuông? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải tham khảo

Trả lời: 0,9

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ





Gọi $A\left(a;\dfrac{a^2}{2}\right)\in(P)$, $I(b;1)$ là tâm của (C), $(b>a>0)$.

$B(b;0)=(C)\cap Ox$, (d) là tiếp tuyến của (P) tại A.

$\overrightarrow{AI}=\left(b-a;\dfrac{2-a^2}{2}\right)$, hệ số góc của AI là: $k_1=\dfrac{2-a^2}{2(b-a)}$, hệ số góc của (d) là: $k_2=a$.

Ta có: $\begin{cases}AI=1\\k_1k_2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(b-a)^2+\left(\dfrac{2-a^2}{2}\right)^2=1\\a.\dfrac{2-a^2}{2(b-a)}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\sqrt{3}\\b=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\end{cases}\Rightarrow k_1=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Do đó AI có phương trình là: $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\left(x-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)+1=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{5}{2}$.

Mà $AB=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{AIB}=\dfrac{2\pi}{3}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P), (C), Ox là:

$$S=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x^2}{2}dx+\int_{\sqrt{3}}^{\frac{3\sqrt{3}}{2}}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{5}{2}\right)dx-S_{quat\ AIB}$$

$$=\left.\frac{x^3}{6}\right|_0^{\sqrt{3}}+\left.\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}x^2+\frac{5}{2}x\right)\right|_{\sqrt{3}}^{\frac{3\sqrt{3}}{2}}-\frac{\pi}{3}$$

$$=\frac{27\sqrt{3}-8\pi}{24}\approx 0{,}9\,\text{m}^2.$$

Câu 2: [HTN] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 10 km, trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Máy bay thứ nhất ban đầu ở tọa độ $A(25;-10;1)$ và bay theo hướng vectơ $\overrightarrow{v_1}=(-3;-4;0)$ với tốc độ không đổi là 750 km/h. Máy bay thứ hai ban đầu ở tọa độ $B(30;-25;1{,}1)$ và bay theo hướng vectơ $\overrightarrow{v_2}=(-4;3;0)$ với tốc độ không đổi là 900 km/h. Trên máy bay thứ nhất có gắn radar tránh va chạm với bán kính hoạt động là 50 km. Hỏi thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình của radar máy bay thứ nhất là bao nhiêu phút (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải tham khảo

Đáp án: $5{,}61$.

Máy bay 1: $\overrightarrow{v_1} = (-3;-4;0) \Rightarrow \left|\overrightarrow{v_1}\right| = 5$

Vectơ chỉ phương của máy bay 1 là $\left(-\dfrac{3.750}{5};-\dfrac{4.750}{5};0\right) = (-450;-600;0)$.

Máy bay 2: $\overrightarrow{v_2} = (-4;3;0) \Rightarrow \left|\overrightarrow{v_2}\right| = 5$.

Vectơ chỉ phương của máy bay 2 là $\left(-\dfrac{4.900}{5};\dfrac{3.900}{5};0\right) = (-720;540;0)$.

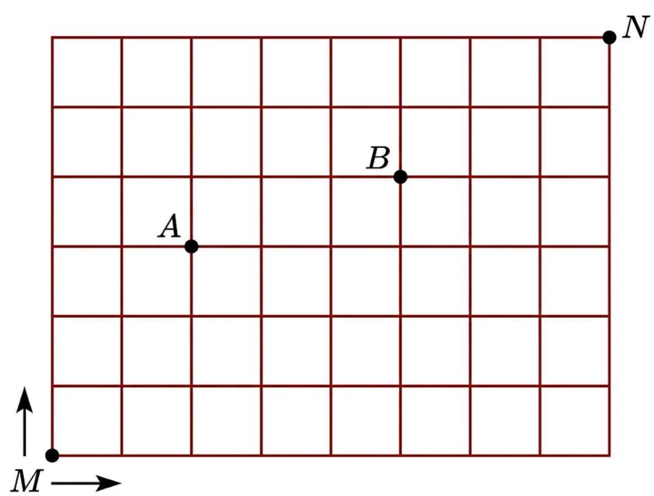
Phương trình đường thẳng máy bay 1 là $\begin{cases} x = 250 - 450t \\ y = -100 - 600t \\ z = 10 \end{cases}$.

Phương trình đường thẳng máy bay 2 là $\begin{cases} x = 300 - 720t \\ y = -250 + 540t \\ z = 11 \end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai máy bay tại thời điểm t là $MN = \sqrt{(50-270t)^2 + (-150+1140t)^2 + 1}$.

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán $MN \le 50 \Rightarrow 1372500t^2 - 369000t + 22501 \le 0$
$\Leftrightarrow 0,09348 \le t \le 0,17537$.
Vậy thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình radar của máy bay thứ nhất là
$0,09348 \times 60 \approx 5,61$ phút.

Câu 3: [HTN] Cho một lưới ô vuông kích thước 6×8 với các kí hiệu như hình vẽ. Với A, B là 2 điểm nằm ở các nút giao (như hình vẽ).



Để đi từ điểm M đến N một con kiến di chuyển ngẫu nhiên sang phải hoặc đi lên theo các đoạn thẳng là cạnh của hình vuông đơn vị.

Gọi A là biến cố: "Con kiến đi từ $M \to A \to N$ ".
Gọi B là biến cố: "Con kiến đi từ $M \to B \to N$ ".
Tính xác suất có điều kiện $P(A \mid B)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải tham khảo

Trả lời: 0,32

Ta đặt hệ trục tọa độ Oxy tại điểm $M \equiv O(0,0)$.

$\Rightarrow A(2,3); B(5,4); N(8,6)$.

Ta có bài toán tổng quát sau:

Nếu di chuyển sang phải hoặc đi lên từ điểm $A(a,b)$ đến điểm $B(c,d)$ thì số cách di chuyển sẽ là $C_{|(c-a)+(d-b)|}^{|c-a|}$ cách.

Số cách con kiến đi từ điểm M đến A là $C_5^3 = 10$.

Số cách con kiến đi từ điểm A đến B là $C_{(5-2)+(4-3)}^{(5-2)} = C_4^3 = 4$.

Số cách con kiến đi từ điểm B đến N là $C_{(8-5)+(6-4)}^{(8-5)} = C_5^3 = 10$.

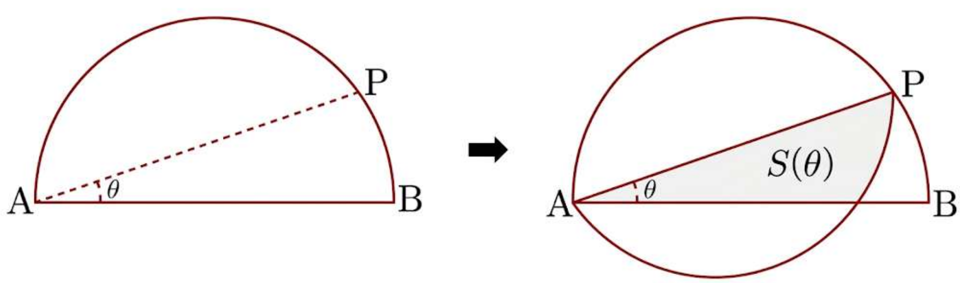
Số cách con kiến đi từ điểm M đến N là $C_{14}^8 = 3003$.

Số cách con kiến đi từ điểm M đến B là $C_9^5 = 126$.

Ta có: $P(B) = \dfrac{126.10}{3003} = \dfrac{60}{143}, P(AB) = \dfrac{10.4.10}{3003} = \dfrac{400}{3003}$.

$\Rightarrow P(A \mid B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)} = \dfrac{20}{63} \approx 0,32$.

Câu 4: [HTN] Cho mảnh giấy màu hình bán nguyệt có đường kính là đoạn thẳng AB dài 2. Trên cung AB lấy một điểm P. Gấp mảnh giấy theo nếp gấp là đoạn thẳng AP sao cho hai phần giấy khít lên nhau. Khi $\widehat{PAB} = \theta$, gọi $S(\theta)$ là diện tích phần giấy bị chồng lên nhau.

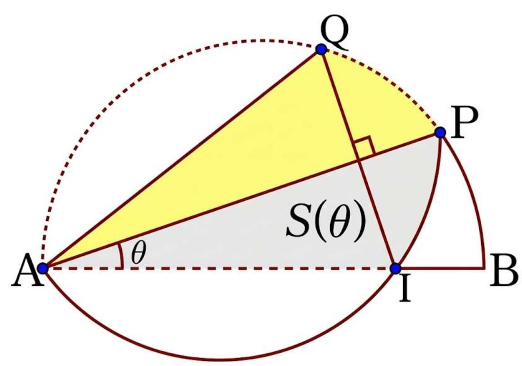


Giả sử $S(\theta)$ đạt giá trị lớn nhất tại $\theta = \alpha$ (với $0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}$). Hỏi giá trị của $\cos 2\alpha$ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải tham khảo

Trả lời: 0,64

Gọi điểm I là điểm đè lên nhau của cung $\overset{\frown}{AP}$ với AB. Kẻ $IQ \perp AP$ ($Q \in \overset{\frown}{AP}$) xem hình sau:

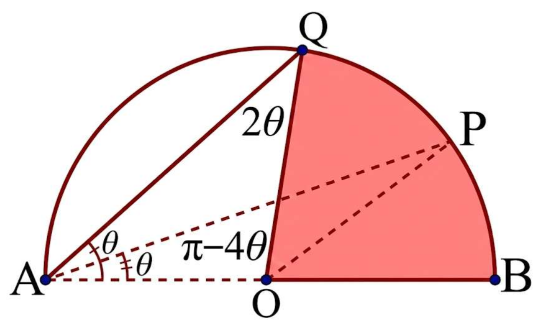


Từ đó ta dễ thấy được diện tích tô màu vàng bằng diện tích $S(\theta)$.

Gọi O là trung điểm AB, được $\widehat{QAO} = \widehat{AQO} = \widehat{QOB} = 2\theta; \widehat{AOQ} = \pi - 4\theta$

Ta có diện tích tam giác $AQO = \frac{1}{2}.1.1.\sin(\pi - 4\theta) = \frac{1}{2}\sin 4\theta$

Ta có diện tích hình quạt tròn $\overset{\frown}{QPB}$ có tâm O (tô màu đỏ) là: $\frac{1}{2}.1^2.4\theta = 2\theta$



Diện tích của tam giác $AOP = \frac{1}{2}.1.1\sin(\pi - 2\theta) = \frac{\sin 2\theta}{2}$

Diện tích hình quạt tròn $\overset{\frown}{PB}$ tâm O là: $\frac{1}{2}.1^2.2\theta = \theta$

Vậy diện tích $S(\theta) = (2\theta + \frac{1}{2}\sin 4\theta) - (\theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta) = \theta + \frac{1}{2}\sin 4\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta$

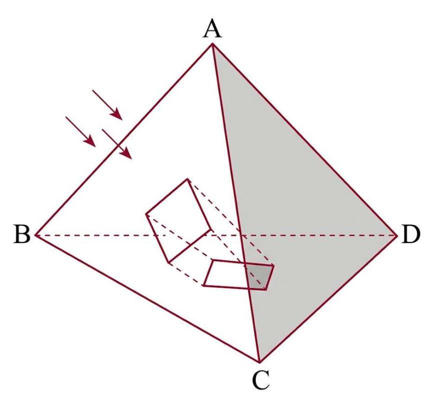
Có $S'\left(\theta\right) = 2\cos 4\theta - \cos 2\theta + 1 = 4\cos^2 2\theta - \cos 2\theta - 1$

Xét $S'(\theta) = 0 \Leftrightarrow \cos 2\theta = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{8}$ (với $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) thì $S'(\theta) = 0 \Leftrightarrow \cos 2\theta = \frac{1 + \sqrt{17}}{8}$

Lập bảng biến thiên cho hàm số $S(\theta)$.

Ta suy ra được $S(\theta)$ đạt giá trị lớn nhất khi $\cos 2\theta = \frac{1 + \sqrt{17}}{8} \approx 0,64$

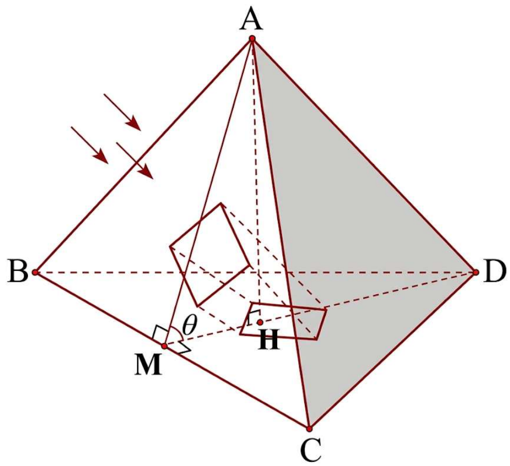
Câu 5: [HTN] Như hình vẽ, ánh sáng được chiếu vuông góc với mặt ABC của một hình tứ diện đều $ABCD$ được làm bằng giấy đen. Để ánh sáng chỉ chiếu lên mặt đáy BCD, người ta khoét một lỗ hình vuông trên mặt ABC. Biết rằng độ dài một cạnh của hình vuông là 2 , hãy tính diện tích của phần được chiếu sáng trên mặt đáy BCD.



Lời giải tham khảo

Trả lời: 12

Vì hình tứ diện đều nên kẻ $AH \perp (BCD)$ ta có được H là trọng tâm tam giác BDC



Kẻ $DH \perp BC$ tại M suy ra M là trung điểm của BC (do tam giác BDC là tam giác đều)

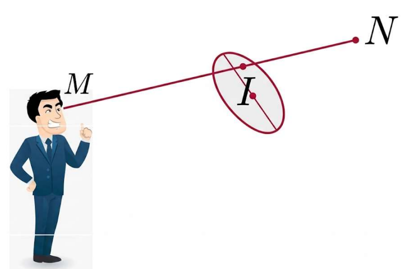
Suy ra $BC \perp (ADM)$ hay góc giữa hai mặt phẳng $(ABC);(BDC)$ bằng góc $\widehat{AMD} = \theta$

Gọi diện tích tích hình vuông đã khoét trên mặt (ABC) là $S_0 = 4$.

Gọi diện tích chiếu trên mặt đáy BDC là S.

Khi đó ta có: $S_0 = S.\cos\theta = S.\dfrac{MH}{AM} = S.\dfrac{1}{3} = 4 \Rightarrow S = 12$

Câu 6: [HTN] Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt tại điểm $M(1;2;3)$ và vật cần quan sát đặt tại điểm $N(2;3;-12)$. Một tấm bìa cứng có dạng hình tròn thuộc mặt phăng Oxy tâm đặt tại gốc tọa độ, bán kính R che khuất tầm nhìn của người quan sát. Khi đó bán kính của tấm bìa nhỏ nhất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải tham khảo

Đáp án: $2,51$.

Giả sử người quan sát không nhìn thấy vật khi và chỉ khi người quan sát không nhìn thấy điểm N, hay tấm bìa cứng che khuất điểm N. Khi đó, đoạn thẳng MN cắt tấm bìa cứng tại điểm I thuộc mặt phẳng Oxy.

Phương trình đường thẳng $MN : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 15t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

$I = MN \cap Oxy : z = 0 \Rightarrow t = \dfrac{1}{5} \Rightarrow I\left(\dfrac{6}{5};\dfrac{11}{5};0\right)$.

Vì $z_M.z_N = -36 < 0$ nên M, N nằm về hai phía của I hay tấm bìa có thể che khuất vật.

Mặt khác, tấm bìa hình tròn có tâm là gốc tọa độ nên tấm bìa muốn che khuất vật khi và chỉ khi

$R \geq OI = \sqrt{\left(\dfrac{6}{5}\right)^2 + \left(\dfrac{11}{5}\right)^2 + 0^2} = \dfrac{\sqrt{157}}{5} \approx 2,51.$

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 05 ÔN GK 2 TOÁN 12

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
03	D	C	D	B	A	D	D	B	C	C	C	B

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.
- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
03	a)Đ- b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)S- b)S - c)Đ - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
03	0,9	5,61	0,32	0,64	12	2,51